Løsning A.1

Tetthet: $\rho = \frac{\gamma}{g} = \frac{7000\ \text{N/m}^3}{9.81\ \text{m/s}^2} =$ $713.8\ \text{kg/m}^3$

Spesifikk tetthet: $s = \frac{\rho_{\text{bensin}}}{\rho_{\text{vann}}} = \frac{713.8\ \text{kg/m}^3}{998\ \text{kg/m}^3} =$ 0.715

Løsning A.2

Tetthet: $\rho = \frac{\gamma}{g} = \frac{16}{9.81}\ \text{kg/m}^3 =$ $1.63\ \text{kg/m}^3$

Spesifikk tetthet: $s = \frac{\rho_{\text{gass}}}{\rho_{\text{luft}}} = \frac{1.63}{1.205} =$ 1.35

Kommentar:
I definisjonen av spesifikk tetthet for en gass forekommer det en tvetydighet det er nyttig å være oppmerksom på: I enkelte faglige sammenhenger blir s definert i forhold til luft *ved samme temperatur og trykk* som den aktuelle gassen, og ved tilnærmelsen ideell gass gir gassligningen at dette er lik forholdet mellom molmassene:

$$s \approx \frac{M_{\text{gass}}}{M_{\text{luft}}}$$

Man vil kunne oppleve å møte denne tvetydigheten i petroleumsfag ved lærestedet HIS, med unevnt antagelse om ideell gass.

Løsning A.3

Approksimasjonen ideell gass ($Z = 1$) har 1-2 % avvik ved standardbetingelser.

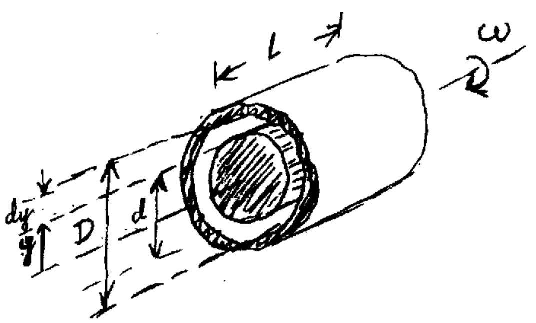
Spesifikk vekt: $\gamma = s\frac{gpM_{\text{luft}}}{R_0 T} = 0.6\ \frac{9.81 \cdot 101325 \cdot 28.964}{8314 \cdot (273.15 + 20)}\ \text{N/m}^3 =$ $7.09\ \text{N/m}^3$

Molart volum: $v = \frac{R_0 T}{p} = \frac{8314 \cdot 293.15}{101323} =$ $24.1\ \text{m}^3/\text{kmol}$

Alle ideelle gasser har samme molare volum ved gitt trykk og temperatur, uansett komposisjon.

Løsning A.4

Diameterdifferansen er mye mindre enn både ytre og indre diameter. Det er derfor nøyaktig nok å anta at hastighetsgradienten mellom platene er tilnærmet uavhengig av radien.



$l = 0.1\ \text{m}$
$R = 0.04015\ \text{m}$
$r = 0.04\ \text{m}$
$\omega = 2\pi \times 2\text{s}^{-1}$
$\mu = 0.12\ \text{N}\cdot\text{s/m}^2$

Hvert flateelement dA på den sylindriske delen av akslingsoverflaten bidrar med $d\Gamma = r\tau dA$ til det viskøse dreiemomentet som smøreoljen virker på akslingen med. Totalt dreiemoment blir:

$$\begin{aligned}\Gamma &= r\tau A \\ &= r\mu\frac{du}{dy}2\pi rl \\ &\approx \mu\frac{r\omega}{R-r}2\pi r^2 l\end{aligned}$$

Dette dreiemomentet må motvirkes av et like stort og motsatt rettet påsatt dreiemoment som får akslingen til å rotere med konstant vinkelfrekvens. Det påsatte dreiemomentet utfører et arbeid, som altså dissiperes som varme. Varmegenereringsraten:

$$\begin{aligned}P &= \Gamma\omega \\ &= \frac{2\pi\mu r^3 l\omega^2}{R-r} \\ &= \frac{2\pi\cdot 0.12(0.04)^3 0.1(4\pi)^2}{0.00015}\ \text{Nm/s} \\ &= 5.1\ \text{W}\end{aligned}$$

Kommentar:
I senere kapitler møter vi Reynoldstallet

$$\text{Re} = \frac{DV\rho}{\mu}$$

som for rørstrøm avgjør om strømmen er laminær eller turbulent. I denne løsningen har vi antatt laminær (glatt) strøm. For Re i dette tilfellet må vi erstatte

$$\begin{aligned}D &\rightarrow R-r \\ V &\rightarrow r\omega \qquad \text{(hastighetsdifferansen)}\end{aligned}$$

Med s_{olje} for den spesifikke tettheten:

$$\text{Re} = s_{\text{olje}}\frac{(R-r)\omega r\rho_{\text{vann}}}{\mu} = s_{\text{olje}}\cdot 0.63$$

Dette er en slik verdi at antagelsen om laminær strøm i lageret er rettferdiggjort.

Løsning A.5

Anta

- rent sirkulerende strøm, uten radiell hastighetskomponent
- ingen trykkeffekter
- stasjonære forhold, ingen akselerasjon bortsett fra den sentripetale
- fluiden kan betraktes som stabler av tynne sylindriske fluidskiver
- hver slik skive roterer om aksen som et stivt legeme

Betrakt en sirkulær stripe ved radius r, med bredde dr, på en slik infinitesimalt tynn skive. Rotasjonshastigheten $u \propto \omega r$ avhenger lineært av radien, med "$=$" istedenfor "$\propto$" for skiven nærmest platen pga. at fluiden hefter til platen. Antagelsen om linært hastighetsprofil tilsvarer i dette tilfellet at for gitt r vil skjærspenningen $\tau = \mu\, du/dh'$ være uavhengig av (aksialretnings) avstanden fra platen, slik at $u \propto h'$, med $h = 0$ ved viskosimeterhusveggen og $h' = h$ ved platen. Pr. stripe inne ved platen, på den ene siden av platen:

$$
\begin{aligned}
dA &= 2\pi r\, dr && \text{overflate} \\
\frac{du}{dh'} &= \frac{\omega r}{h} && \text{hastighetsgradient} \\
d\Gamma &= r\mu \frac{du}{dh'} dA \;=\; 2\pi\mu \frac{\omega r^3}{h} dr && \text{dreiemomentbidrag}
\end{aligned}
$$

Totalt viskøst dreiemoment blir lik summen av bidragene fra alle striper på begge sider av platen:

$$
\begin{aligned}
\Gamma &= 2\int_{r=0}^{r=R} d\Gamma \\
&= 4\pi\mu \frac{\omega}{h} \int_0^R r^3\, dr \\
&= \frac{\pi\mu\omega R^4}{h}
\end{aligned}
$$

Løsning A.6

Med $\omega = 2\pi \times 15$ s^{-1}:

$\mu = \frac{\Gamma h}{\pi\omega r^4} =$ 0.290 N·s/m^2

Ut fra standard statistisk teori, hvis uavhengige usikkerheter:

$$
(\frac{\Delta\mu}{\mu})^2 = 1^2(\frac{\Delta\Gamma}{\Gamma})^2 + 1^2(\frac{\Delta h}{h})^2 + 1^2(\frac{\Delta\omega}{\omega})^2 + 4^2(\frac{\Delta r}{r})^2
$$

Dvs. med alle delusikkerhetene like:

$\frac{\Delta\mu}{\mu} = \sqrt{1+1+1+4^2}\,\frac{\Delta r}{r} \approx$ $4.4\,\%$

Kommentar:
I tillegg til denne antatt tilfeldige usikkerheten har man selvsagt systematiske feil blant annet fordi randeffektene ved skivekanten er neglisjert.

Denne siden er
med fullt overlegg
(nesten) BLANK