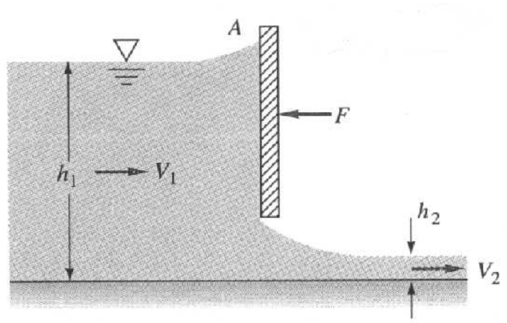
F. Impulser og krefter i fluidstrøm

Oppgave F.1
Ved laminær strøm gjennom et sylindrisk tverrsnitt er hastighetsprofilet parabolsk,

$$u(r) = u_m(1 - (r/R)^2)$$

hvor u_{max} er maksimalhastigheten ved aksen, R er rørradien, og $u(r)$ er hastighet ved radius r. Vis at impulskorreksjonsfaktoren $\beta = 4/3$.
(*Tips:* Bruk at $dA = 2\pi r\, dr$ hvis tverrsnittsarealet deles opp i konsentriske sirkelstriper.)

Oppgave F.2



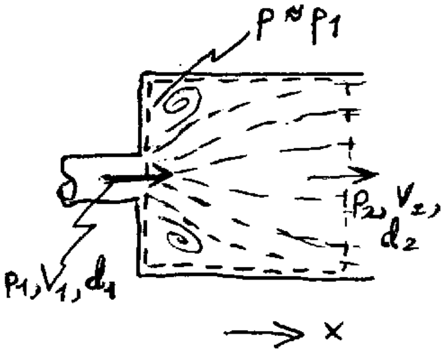
I en kanal er det passasje av vann under en sluseport, som på figuren. Vanndybdene er h_1 og h_2 ($h_1 > h_2$) henholdsvis oppstrøms og nedstrøms for porten. Kanalbredden er b. Anta at vannet strømmer som en ideell væske.

a) Beregn volumstrømraten Q.
b) Beregn den horisontale kraftkomponenten F som virker på porten.
c) Sett inn tallverdiene

$h_1 = 2$ m
$h_2 = 1$ m
$b = 3$ m

Oppgave F.3

Figuren viser et rør med en sprangvis økning av diameteren fra d_1 til d_2, som fører en inkompressibel strøm. Midt i åpningen ved diameterøkningen er det trykk p_1 og hastighet V_1. Strømmen vil imidlertid ekspandere gradvis inntil den på ny fyller hele rørtverrsnittet, der den får trykk p_2 og hastighet V_2, og omkring "strålen" vil det dannes evjer med lav hastighet og lav friksjon. Det er derfor en rimelig antagelse at trykket mot annulusflaten i enden av det vide røret vil ha verdien $p \approx p_1$, hvor p_1 er trykket i strømmen midt i åpningen hvor rørdiameteren har sprangvis økning. Se bort fra friksjon mot rørveggene.



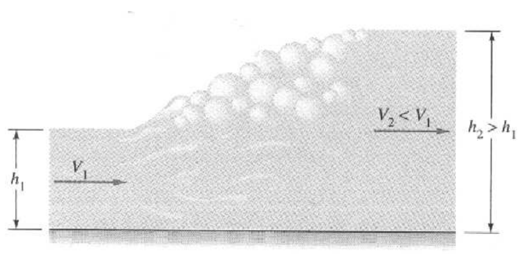
a) Vis at det nedstrøms trykket blir

$$p_2 = p_1 + \rho V_1 (\frac{d_1}{d_2})^2 \left(1 - (\frac{d_1}{d_2})^2\right)$$

b) Vis at strømmen får et irreversibelt trykktap i forhold til hva Bernoullis ligning gir, og at dette kan skrives med head-formalisme som

$$h_L \approx \left(1 - (\frac{d_1}{d_2})^2\right)^2 \frac{1}{2g} V_1^2$$

Oppgave F.4



Figuren viser en idealisert form av et fenomen man ofte ser når en vannstråle treffer bunnen av en vask: *Hydraulisk sprang*. I en horisontal kanal med bredde b strømmer det væske med vanndybde h_1 og høy hastighet V_1, inntil en stasjonær posisjon hvor dybden plutselig øker til en større verdi h_2 mens strømhastigheten samtidig øker til en lavere verdi V_2. I overgangssonen er det oftest virvler og evjer som gir opphav til energitap på grunn av friksjon. Anta at trykket utenom spranget kan beregnes som hydrostatisk, og at friksjon mot veggene er neglisjerbar.

a) Vis at forholdet mellom vanndybdene etter og før spranget er gitt ved[1]

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2}\left\{-1 + \sqrt{1 + 8(\mathrm{Fr}_1)^2}\right\}\,, \qquad \mathrm{Fr} = \frac{V}{\sqrt{gh}}$$

b) Vis at over det hydrauliske spranget er det et tap av mekanisk energi med størrelse

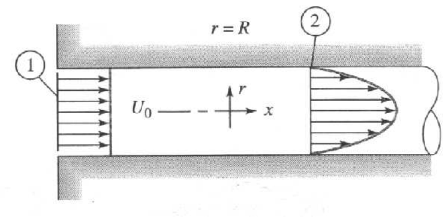
$$h_L = \frac{(h_2 - h_1)^3}{4 h_1 h_2}$$

Oppgave F.5

Betrakt inkompressibel (men ikke ideell) strøm ved begynnelsen av et horisontalt sirkulært rør, som på figuren. Ved innløpet (tverrsnitt 1) er hastigheten uniform, $u_1 = U_0$. Ved et nedstrøms punkt i strømmen (tverrsnitt 2) er det fullt utviklet rørstrøm, enten laminær eller turbulent:

$$u_{2\text{lam}}(r) = u_m(1 - (r/R)^2)$$

$$u_2(r)_{\text{turb}} \approx u_m(1 - (r/R))^m\,, \qquad \frac{1}{9} \lesssim m \lesssim \frac{1}{5}$$



[1]Merk at *Froudetallet* Fr som er innført, har en litt annen definisjon i oppgavene i similaritet og dimensjonsanalyse. Lengden som der er brukt tilsvarer en horisontal koordinat.

a) Vis at i det turbulente tilfellet[2] er

$$\beta = \frac{(1+m)^2(2+m)^2}{2(1+2m)(2+2m)}$$

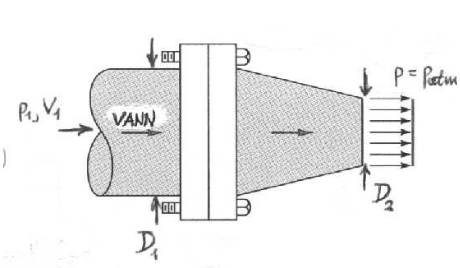
og finn spesielt verdien for $m = 1/7$.

b) Finn dragkraften F på rørveggen mellom tverrsnittene 1 og 2 som funksjon av (p_1, p_2, ρ, U_0, A), der $A = \pi R^2$.

Oppgave F.6

I enden av et horisontalt rør med diameter $D_1 = 15$ cm sitter en divergerende dyse som gir en horisontal stråle med diameter $D_2 = 16.25$ cm ut i fri luft. Røret fører en vannstrøm med hastighet $V_1 = 3$ m/s, og energitap på grunn av friksjon i rør og dyse ses bort fra.
Beregn størrelse og retning for den aksiale kraften som vannet utøver på dysen.

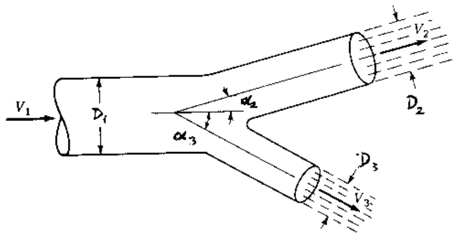
Oppgave F.7



Den horisontale dysen på figuren, med $D_1 = 12$ cm og $D_2 = 6$ cm, leder en vannstråle ut i fri luft. Strømhastigheten i røret før dysen er $V_1 = 4$ m/s, og trykket i røret like før dysen er $p_{1,\text{g}} = 400$ kPa.
a) Beregn størrelse og retning på kraften F som boltene må overføre til flensen på dysen, hvis den skal stå i ro.
b) Beregn tapshead h_L i dysen.

Oppgave F.8

I noen lærebøker forekommer et eksempel eller en oppgave hvor et væskeførende rør ender i en "dobbel dyse", som på figuren. Alle strømmene ligger i horisontalplanet, og de antas å være tapsfrie. Selv uten full symmetri, og med forskjellig utløpsdiameter for dysene, blir det antatt at utløpshastigheten er den samme for begge dysene, når kreftene på dysen skal beregnes.
Forklar hvorfor man kan anta at de to utløpshastighetene er (approksimativt) like.

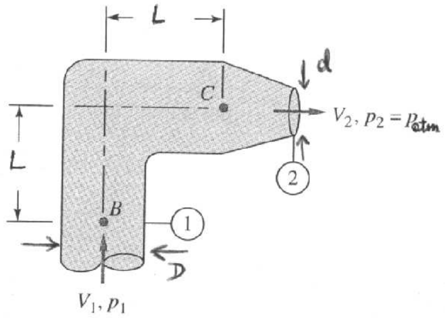


Oppgave F.9

Vann med trykk $p_{1,\text{g}} = 400$ kPa og hastighet $V_1 = 4$ m/s strømmer gjennom et 90 $^{\text{o}}$ kne på et rør med diameter $D = 26$ cm overalt. Kneet ligger i horisontalplanet, innkommende rør kommer fra vest, og utgående rør går mot nord. Anta ideell strøm overalt, og at vannet kan betraktes som inkompressibelt.
Finn størrelse og kompassretning til resultantkraften $\boldsymbol{F}$ som virker på kneet.

[2]For laminær strøm ble det vist i Oppgave 1 at $\beta = 4/3$.

Oppgave F.10



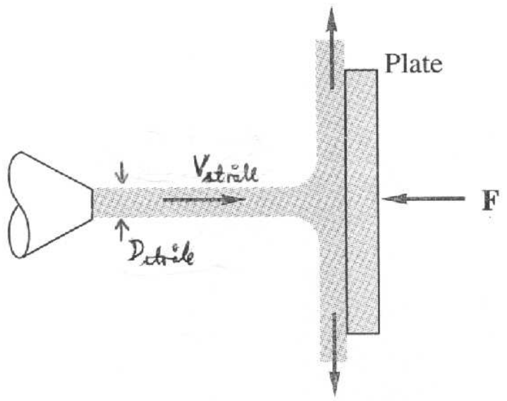
Et 90° rørkne på figuren står i vertikalplanet og ender i en dyse som gir en horisontal vannstråle. Det har konstant diameter $D = 27$ cm før dysedelen, som i enden har diameter $d = 13$cm. Dyseinnsnevringen begynner en avstand $L = 50$ cm etter kneets sentrum. Kneet er spent fast ved punkt B i samme avstand L under kneets sentrum. Trykket i røret ved punkt B er $p_{1,\mathrm{g}} = 194$ kPa, og volumstrømraten er $Q = 252.3$ l/s.
Beregn momentet Γ som må påsettes ved punkt B for å holde kneet stasjonært, under antagelse av ideell strøm i kne og dyse. (Se bort fra tyngden av selve godset i kne/dyse.)

Oppgave F.11

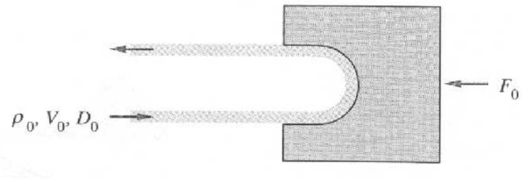
Figuren viser en vannstråle med hastighet $V_{\text{stråle}}$ og diameter $D_{\text{stråle}}$ som kommer normalt inn på en plate som står i ro. Se bort fra tyngde og friksjon, og anta at utstrømmende vann kommer ut rotasjonssymmetrisk omkring en akse langs sentrum av strålen. Oppgitt:

$V_{\text{stråle}} = 8$ m/s $\qquad D_{\text{stråle}} = 10$ cm

Beregn påsatt motkraft F_x som trengs for å holde platen i ro.



Oppgave F.12



I denne oppgaven treffer en væskestråle et stillestående skovlblad som vender strålen 180°. Anta fremdeles friksjonsløshet og at man kan se bort fra tyngde. La strålen ha tetthet ρ_0 og diameter D_0. Den gitte maksimale motkraften som festeanordningen kan levere er F_{0x}.
Beregn maksimal tillatt strålehastighet V_0.

Oppgave F.13

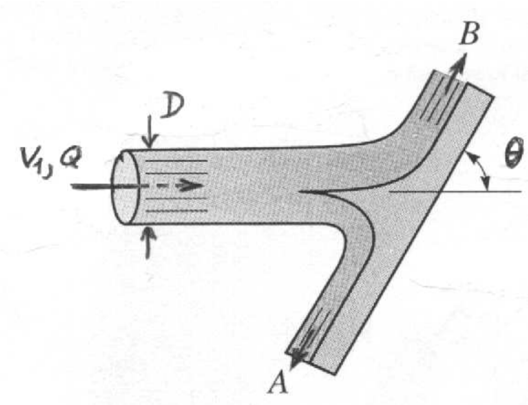
En vannstråle med diameter D og hastighetsvektor $\boldsymbol{V}_1$ treffer en stillestående skovl hvor den blir avbøyd en vinkel θ. Vi skal se bort fra friksjonstap og tyngdeeffekter. La $F_{\|}$ og $F_{\perp}$ betegne komponenter av kraften som vannet utøver på skovlen, henholdsvis parallelt med og tvers på innkommende stråle. Oppgitt:

$V = 30$ m/s $D = 5$ cm $\theta = 120\,^{\text{o}}$

a) Beregn $F_{\|}$.
b) Beregn $F_{\perp}$.
c) Beregn absoluttverdi $|\,\boldsymbol{F}\,|$ og retning θ_F til kraften.

Oppgave F.14

Figuren viser et stasjonært turbinblad som splitter en innkommende vannstråle i to utgående og motsatt rettede stråler. La $\boldsymbol{V}_1$, D og Q betegne innkommende hastighet, strålediameter og volumstrømrate, mens $\boldsymbol{V}_A$, $\boldsymbol{V}_B$, Q_A og Q_B betegner tilsvarende utgående størrelser. Skråstillingen for skovlen er slik at $\boldsymbol{V}_B$ danner vinkelen θ med $\boldsymbol{V}_1$. Anta at all strøm er ideell og horisontal. Oppgitt:



$V_1 = 12$ m/s
$D = 15$ cm
$Q_A = rQ, \qquad r = \frac{1}{3}$
$\theta = 60^o$

Beregn komponentene av kraften $\boldsymbol{F}$ som strålen utøver på skovlbladet.

Oppgave F.15

En vannstråle med hastighet $V_1 = 30$ m/s og diameter $D = 5$ cm treffer et enkelt skovlblad som kan bevege seg kolineært i strålens retning eller mot den. I skovlbladets hvilesystem blir strålen avbøyd en vinkel $\beta_2 = 150^o$. Friksjonstapene er slik at $v_2 = (1-\epsilon)v_1$, der $\epsilon = 0.1$. Anta horisontal bevegelse.

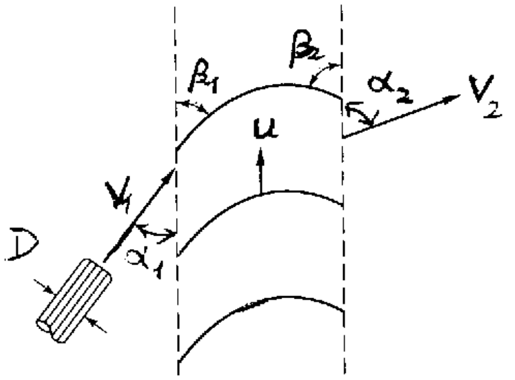
Beregn komponentene $F_{\|}$ og $F_{\perp}$ av kraften som virker på skovlbladet, og effekten som leveres til det, når

a) bladet beveger seg i samme retning som strålen med hastighet $u_a = 18$ m/s,
b) bladet beveger seg i motsatt retning med hastighet $u_b = -6$ m/s.

Beregn til slutt effekten P som tilføres til skovlbladet når

c) bladet beveger seg i samme retning som strålen med hastighet $u_a = 18$ m/s,
d) bladet beveger seg i motsatt retning med hastighet $u_b = -6$ m/s.

Oppgave F.16[3]



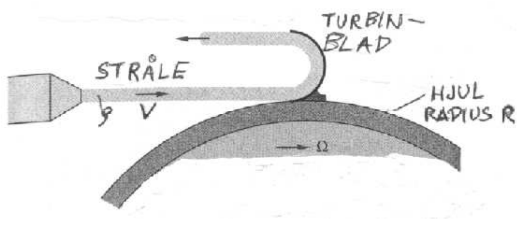
En luftstråle med diameter $D = 5\,\mathrm{cm}$ og hastighet $V_1 = 60$ m/s treffer en krans av blad på et turbinhjul under en vinkel på $\alpha_1 = 30^o$ med bladenes bevegelsesretning. Den forlater turbinen med hastighet $V_2 = 45$ m/s under en vinkel $\alpha_2 = 60^o$. Luften har spesifikk vekt $\gamma_{\text{luft}} = 12$ N/m^3. Anta horisontal strøm, ingen friksjon, og at luftstrømmen kan betraktes som inkompressibel.

a) Beregn effekten P som blir overført til turbinen.
b) Beregn turbinbladenes bevegelseshastighet $\boldsymbol{u}$.
c) Beregn vinklene som turbinbladene må ha ved inn- og utgang, forutsatt de oppgitte og funne verdienn for hastighetene, slik at strømmen kan gå glatt. (Dvs. uten unødige brå hastighetsforandringer, som ville medført friksjonstap.)

Oppgave F.17

En væskestråle med tetthet ρ, hastighet V og tverrsnittsareal A treffer et enkelt blad på et turbinhjul med radius R som roterer med vinkelhastighet Ω, og kommer ut igjen vendt 180^{o}, som på figuren. Anta ideell strøm.

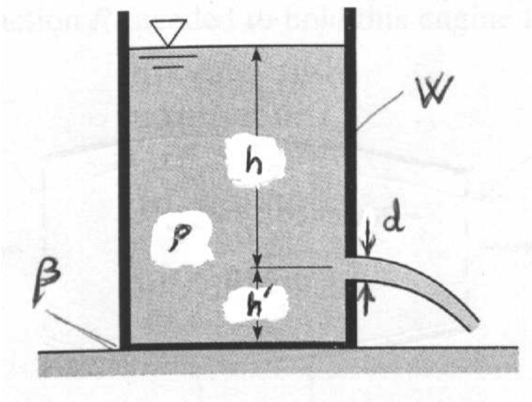
a) Finn et uttrykk for effekten P som blir levert til hjulet i dette øyeblikket.
b) Ved hvilken verdi Ω' av vinkelhastigheten får man maksimal effekt, og hvilken verdi $P_{\text{max}}{}^{\text{blad}}$ har denne effekten?
c) Anta i stedet at det er mange blad på hjulkransen, at alle vil vende strålen 180^{o}, og at de sitter så tett langs omkretsen at strålen hele tiden treffer minst ett blad. Hvordan vil det forandre resultatene fra a) og b?)
d) Finn til slutt maksimal effekt P_{max} og tilsvarende verdi Ω' (uttrykt som 'rpm', omdreininger pr. minutt) for en turbin med mange blad, der hvert blad vender strålen en vinkel $\alpha_2 = 165^{\mathrm{o}}$ sett i dysens hvilesystem. Sett inn følgende verdier oppgitt for størrelsene som inngår, under forutsetning av at væsken er vann: (Tallverdier skal finnes bare under dette punktet)



$V = 45$ m/s $\quad D = 6.5$ cm $\quad R = 1.2$ m

[3] Husk at for en *krans* av tettsittende turbinblad brukes ikke relativ volumstrømrate i forhold til et enkelt blad ved innsetting i impulssatsen, men den *totale* volumstrømraten fra dysen. Se også neste oppgave.

Oppgave F.18



Figuren viser en sylindrisk tank med diameter D, som inneholder en ideell væske med tetthet ρ. Vekten av selve tanke er W. En væskestråle kommer ut av et hull med diameter d i en høyde h' over bunnen. Væskenivået står en høyde h over dette hullet. Den statiske friksjonskoeffisienten mellom tanken og underlaget er β. Oppgitte tallverdier:

$D = 60$ cm
$d = 7.5$ cm
$\rho = 998$ kg/m^3
$W = 445$ N
$h' = 30$ cm
$\beta = 0.56$

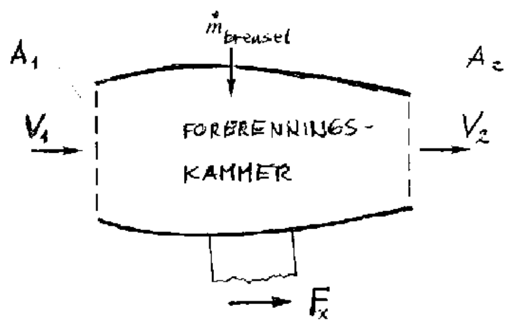
a) Finn den generelle betingelsen for at tanken skal begynne å skli på grunn av strålereaksjons-kraften.
b) Finnes det verdier av h som medfører at tanken vil begynne å skli, for de tallverdiene som er oppgitt?

Oppgave F.19

En jetmotor er festet på en teststand som vist på figuren. Den tar inn luft ved standardbetingelser ved venstre tverrsnitt, hvor arealet er A_1 og hastigheten V_1. Massestrømforholdet mellom brensel og luft kalles R. Eksosen går ut av høyre tverrsnitt, hvor arealet er A_2 og hastigheten V_2, med atmosfæretrykk men høyere temperatur. Oppgitte tallverdier:

$A_1 = 0.5$ m^2
$A_2 = 0.4$ m^2
$V_1 = 250$ m/s
$V_2 = 900$ m/s (supersonisk hastighet)
$R = 1 : 30$

Beregn den horisontale festekreften F_x som teststanden minst må kunne levere, hvis motoren skal holde seg på plass.



Denne siden er
med fullt overlegg
(nesten) BLANK