14.5

a)

$$U_{NOT}|\downarrow\rangle = \begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$$
$$U_{NOT}|\uparrow\rangle = \begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

som skulle vises!

b)

$$U_{NOT}^2 = U_{NOT}U_{NOT} = \begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

; dvs. identitetsoperasjonen – samme output som input

14.6

a) Her ber lærebokforfatteren oss observere at det til hver mulige outputverdi tilsvarer to mulige inputverdier. Altså kan ikke den klassiske XOR-porten inverteres.

b) Ved en smule prøving og feiling – eller ved å beregne U^{-1}_{XOR} fra

$$U^{-1}_{XOR}U_{XOR} = \mathbb{1}$$

– finner man at

$$U^{-1}_{XOR} = \begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix} = U_{XOR}$$

dvs. U_{XOR} er sin egen inverse.

14.7

Ved direkte matrisemultiplikasjon:

$$U_{\sqrt{NOT}}U_{\sqrt{NOT}} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix}1-i&1+i\\1+i&1-i\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1-i&1+i\\1+i&1-i\end{pmatrix} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix}(1-i)^2+(1+i)^2 & 2(1-i)(1+i)\\ 2(1+i)(1-i) & (1+i)^2+(1-i)^2\end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{4}\begin{pmatrix}0&4\\4&0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix} = U_{NOT},$$ som skulle vises!

14.8

Fra uttrykkene i likning (14.7), som vi sjekket:

$$U_{XOR}|\downarrow\downarrow\rangle = |\downarrow\downarrow\rangle$$
$$U_{XOR}|\uparrow\uparrow\rangle = |\uparrow\downarrow\rangle$$

Dvs.

$$U_{XOR}\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\downarrow\downarrow\rangle + |\uparrow\uparrow\rangle\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\downarrow\downarrow\rangle + |\uparrow\downarrow\rangle\right)$$

Begge leddene i superposisjonen gir altså FALSE ved XOR. Men på grunn av reversibiliteten er informasjonen beholdt.