6. Radielt system

Oppgaver

1. Programmet skal utvides til å inkludere

   (a) Alternativt lineært eller radielt system,

   (b) Innlesing av nye data ved tid `tqchg`: `qo(1), qo(mx), delmin, delmax, dtmult, dpmax, pconst, tqchg`.

2. Test programmet på et lineært, kjent system

3. Simuler en trykkfallstest til nøyaktig 0.02 dager med en påfølgende trykkoppbyggingstest. Bruk radielt system, implisitt formulering, `tridia` og følgende data,

$r_w = 0.25$	$\Delta x_5 = 40.5$	$k_x = 200md$	`qo(1)` $= -75$
$\Delta x_1 = 0.5$	$\Delta x_6 = 121.5$	$\phi = 0.01$	$\phi(8) = 10000$
$\Delta x_2 = 1.5$	$\Delta x_7 = 477.75$	`delmin` $= 0.0005$	
$\Delta x_3 = 4.5$	$\Delta x_8 = 660.$	`dtmult` $= 1.5$	
$\Delta x_4 = 13.5$	$\Delta y = 10.$	`delmax` $= 1.0$	
	$\Delta z = 1.$	`dpmax` $= 10.$	

   men ellers som før.

4. Beregn k_x fra de to testene og sammenlign med innlest k_x.

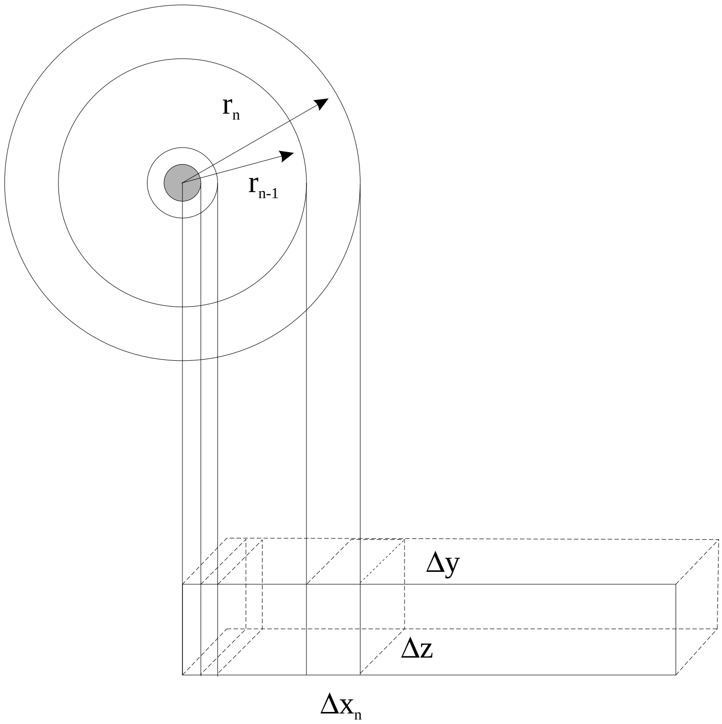
5. Kjør trykkfallstesten ut til stasjonær tilstand og sammenlign simulert trykkfall med Darcy's lov.

6. Ekstraoppgave, ikke obligatorisk: Opsjon for produksjon mot konstant trykk ved utløpet av blokk nr. 1.

Teori

Det lineære systemet som vi har brukt hittil kan også brukes til å simulere radiell strøm i en sylindergeometri dersom det foretas en enkel transformasjon av porøsiteten og permeabiliteten. Denne transformasjonen er utledet i dette teoriavsnittet. For en mer omfattende diskusjon henvises det til boken av Aziz og Settari, avsnitt 3.6.

Figur 1 viser et radielt system med konsentriske ringer, alle med høyde h. Brønnen med radius r_w er skravert. For en generell ring n er ytre radius lik r_n og indre radius lik r_{n-1}. I eksempelet i figuren er $n = 4$. Ring n med bredde $r_n - r_{n-1}$ og høyde h transformeres til en blokk i det skisserte lineære system med lengde $\Delta x_n = r_n - r_{n-1}$, høyde $\Delta y = h$, og vilkårlig dybde Δz. En kan se at dybden er vilkårlig siden alle additive ledd i den transformerte ligningen vil inneholde Δz som faktor. Tranformasjonen skal



Figur 1: Transformasjon fra radielt til lineært system.

være slik at det lineære systemet, som vi allerede har programkode for, skal kunne brukes til også å simulere det radielle systemet ved at porevolumet til ringen settes lik porevolumet til blokken, og at trykkfallet over ringen settes lik trykkfallet over blokken, for samme gjennomstrømningsrate.

Settes porevolumene like får en

$$\pi(r_n^2 - r_{n-1}^2)\Delta y \phi_r = \Delta z \Delta y \Delta x_n \phi_l,$$

hvor ϕ_r er den virkelig, innleste porøsitet i det radielle system, mens ϕ_l er den fiktive, transformerte porøsiteten i det ekvivalente lineære system. Løser en for ϕ_l fås

$$\phi_l = \frac{\pi(r_n + r_{n-1})}{\Delta z}\phi_r. \qquad (1)$$

Skal trykkfallene være like for de to systemene når raten er lik, så må vi ha

$$\left(\frac{q}{\Delta p}\right)_{\text{radiell}} = \left(\frac{q}{\Delta p}\right)_{\text{lineær}},$$

og dermed

$$\frac{2\pi k_{xr}\Delta y}{\mu \ln\left(\frac{r_n}{r_{n-1}}\right)} = \frac{k_{xl}\Delta z \Delta y}{\mu \Delta x},$$

og løst med hensyn på den transformerte, fiktive, ekvivalente, lineære permeabilitet k_{xl} får vi

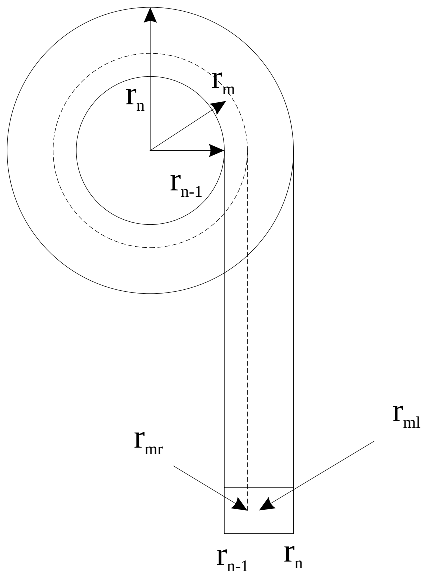
$$k_{xl} = \frac{2\pi\Delta x}{\Delta z \ln\left(\frac{r_n}{r_{n-1}}\right)} k_{xr}. \qquad (2)$$

Her er på samme måte som for porøsitet i ligning 1 k_{xr} den reelle, radielle permeabiliteten.

På tilsvarende måte kan en lett vise at dersom en har to-dimensjonal strøm vil en få for permeabiliteten i y-retning:

$$k_{yl} = \frac{\pi(r_n + r_{n-1})}{\Delta z} k_{yr}. \qquad (3)$$

Ligningene 1 og 2 er de to vi trenger. Vi må imidlertid også ta hensyn til at trykkpunktet forskyver seg fra midtpunktet når en går over til et radielt system. Dette er illustrert i Figur 2. Med trykkpunkt mener vi den posisjonen i ringen, r_{mr} som gir midlere trykk



Figur 2: Posisjonen til middeltrykk i radielt system.

i ringen, i den forstand at trykkfallet fra r_n til r_{mr} skal være lik trykkfallet fra r_{mr} til r_{n-1}. Ved bruk av Darcy's lov får en da

$$\frac{r_{mr}}{r_n} = \frac{r_{n-1}}{r_{mr}}. \qquad (4)$$

For å få samme nøyaktighet for alle trykkene kan det vises at blokklengene bør velges slik at trykkfallet er konstant over hver blokk ved stasjonær strøm.

Kommentarer

Til oppgave 1a

Kodeforslag

```
if (rw .gt. 0.d0) then                 ! rw leses og skrives
rp = rw                                ! rm: r_{n-1}
do i = 1, mx                           ! rp: r_n
rm = rp
rp = rm + dex(i)
x(i) = dsqrt(rm*rp)                    ! x(i): Trykkposisjon
phi(i) = pi*(rp + rm)/dez*phi(i)
kx(i) = 2.d0*pi*dex(i)/dez/dlog(rp/rm)*kx(i)
 end do
endif
```

Dette, som er alt som trengs for å simulere et radielt system, kan utføres i hovedprogrammet for tidsstegsløyfen starter.

Til oppgave 1b

I hovedprogrammet, etter start av tidstegssløyfen, `do l = 1, stmax`, men før tidsstegsberegningen setter en inn følgende kode:

```
if (int .eq. 1) then
   int = 0
   read(5, .....) qo(1), qo(mx), delmin, delmax,&
   dtmult, dpmax, pconst, tqchg
   write(6, .....) det samme
   if (tqchg .lt. 0.d0) then
      stop
   endif
   qo(1) = qo(1)/vol(1)
   qo(mx) = qo(mx)/vol(mx)
   a9(1) = .....
   a9(mx) = .....
   delt = delmin
endif
```

Merk at den første `tqchg` må leses inn og skrives ut sammen med det første datasettet. I hovedprogrammet, etter at tidsstegslengden `delt` er beregnet, settes inn følgende tilleggssjekk:

```
if(ctim + delt .gt. tqchg) then
   int = 1
   delt = tqchg - ctim
endif
```

Merk at dersom en i løpet av simuleringen får tidsstegsreduksjon på grunn av verdien til `dpmax` må en sette `int = 0` igjen.

Til oppgave 4

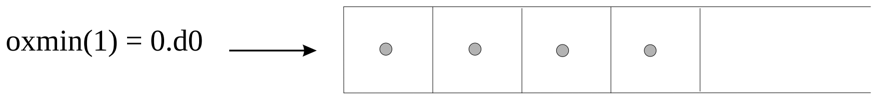
Dersom oppgave 6 er utført, så plottes `pwell` mot $\log t$ for trykkfallstesten og for trykkoppbyggingstesten brukes `po(1)`; ellers brukes `po(1)` for begge testene.

Til oppgave 6, produksjon mot konstant trykk

Fra før har vi ligningen

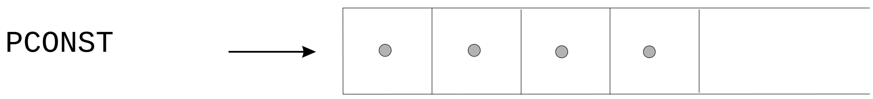
$$\mathtt{ox}_\mathtt{i}^+ \Delta\mathtt{p}_\mathtt{i}^+ + \mathtt{ox}_\mathtt{i}^- \Delta\mathtt{p}_\mathtt{i}^- + \mathtt{a9}_\mathtt{i} = \mathtt{h.s.},$$

hvor $\mathtt{ox}_\mathtt{1}^- = \mathtt{0.d0}$, altså ingen strøm ut av venstre endeflate av blokk 1, som antydet i Figur 3. Vi ønsker nå å inkludere mulighet for å produsere mot konstant trykk `pconst`



Figur 3: Ingen strøm ut av venstre endeflate.

ved utløpet av blokk 1, antydet i Figur 4. Vi kan la dette være en mulighet for både lineært og radielt system, eller som valgt her, bare for radielt system, altså når $r_w > 0$. Dette gjøres for å simulere mer realistiske produksjonsvilkår. Når en brønn starter å

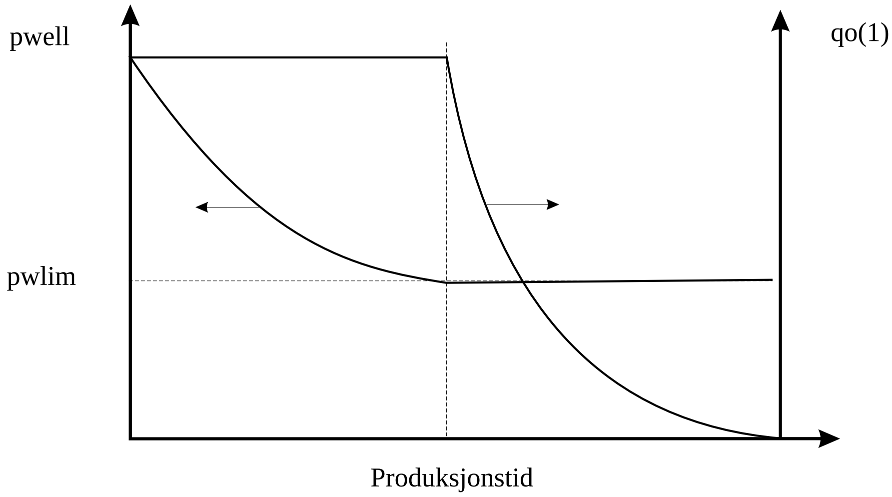


Figur 4: Produksjon mot konstant trykk.

produsere, vil det ofte være med konstant rate, som kontraktsmessig er avtalt, inntil trykket i bunn av brønnen har falt av så mye at raten ikke kan opprettholdes. Da vil trykket holdes konstant (egentlig på første separator på overflaten) mens raten faller av. For å kunne simulere dette nøyaktig trenger en å kople en brønnmodell til reservoarmodellen, men tilnærmet vil den foreslåtte metode kunne fungere.

Samspillet mellom trykket i brønnen, `pwell`, og raten er vist i Figur 5. I figuren er `pwell` bunnhullstrykket slik modellen vår beregner det, og `pwlim` er en innlest verdi for minimum bunnhullstrykk. I programkoden foreslås det å bruke variabelen `pconst` for bunnhullstrykket, slik at `pconst` $\leq$ `0` når brønnen produserer med konstant rate, og `pconst = pwlim` når brønnen produserer mot konstant trykk. Variabelen `pconst` brukes altså både til å angi hvilken produksjonsmåte som skal brukes og som verdien på bunnhullstrykket, når `pconst > 0`.

Variabelen `pconst` leses inn og skrives ut. Dersom $r_w > 0$ får en å skille mellom to tilfeller, avhengig av om `pconst` er satt mindre eller lik 0, eller større enn null.



Figur 5: Overgang fra konstant rate til konstant trykk.

`pconst` $\leq$ `0.` En produserer med konstant rate fra blokk nr. 1 og trykket ved utløpet av blokk 1, `pwell`, regnes ut for hvert tidssteg fra ligningen

$$\mathtt{qo}(1) = \mathtt{ox}_1^- * (\mathtt{pwell} - \mathtt{po}(1)), \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

og skrives ut. Denne ligningen er Darcy's lov brukt fra sentrum av blokk 1 og ut til venstre endeflate.

Det er ikke nødvendig å gjøre noen endringer i koden for å få dette til, men en bør merke seg at `pwell` regnes ut etter ligning 5 etter at trykkløsningen har konvergert. Merk også at $\mathtt{ox}_1^-$ fortsatt skal være null i `flocon`, slik at en kanskje med fordel kan bruke et annet variabelnavn for $\mathtt{ox}_1^-$ i ligning 5.

Dersom `pwell` faller under innlest verdi `pwlim` settes `pconst= pwlim` og en går over til neste tilfelle.

`pconst` $>$ `0.` For blokk 1 har vi fra før

$$\mathtt{ox}_1^- = \mathtt{0.d0}, \quad \mathtt{ox}_1^+(\mathtt{po}_2 - \mathtt{po}_1) + \mathtt{a9}_1 = \mathtt{h.s.}$$

Dette endres nå til

$$\mathtt{ox}_1^-(\mathtt{pconst} - \mathtt{po}_1) + \mathtt{ox}_1^+(\mathtt{po}_2 - \mathtt{po}_1) + \mathtt{a9}_1 = \mathtt{h.s.},$$

hvor $\mathtt{ox}_1^- \neq 0$, og kan regnes ut direkte fra Darcy's lov, eller ved å sette `kx(im)` lik uendelig i det generelle uttrykket for `ckx(i)`. En finner at

$$\mathtt{ckx}(1) = \frac{2\mathtt{Ckx}(1)}{\mu \Delta \mathtt{x}_1^2}.$$

I `flocon` må en nå utføre følgende

```
a9(1) = oxmin(1)*pconst
a(1) = 0.d0
c(1) : som før
d(1) : som før
```

Merk at på denne måten går `oxmin(1)` automatisk inn i koeffisienten `b`, slik at alle leddene i ligning 5 blir tatt vare på.

I hovedprogrammet, etter at trykkløsningen har konvergert, regnes raten ut etter ligning 5 og raten i stb/d finner en ved å multiplisere med `vol(1)`. Denne verdien har en ikke bruk for før den skal skrives ut og en skal gjøre materialbalanse.

Dersom `pconst` endres til en verdi mindre enn null igjen, må en huske å nullstille `oxmin(1)` i `flocon`.

Denne delen av koden kan testes ved å lese inn f.eks. `pwlim=1950`, `pconst = 0.d0` og ellers simulere med data som under spørsmål 3. i denne oppgaven.

Godkjenning

Følgende leveres for godkjenning:

- Programkode
- En resultatfil fra trykkoppbyggingstesten
- Plott av trykkfallstest og trykkoppbyggingstest med tilhørende beregninger av k_x, som i oppgave 4
- Beregningen i oppgave 5