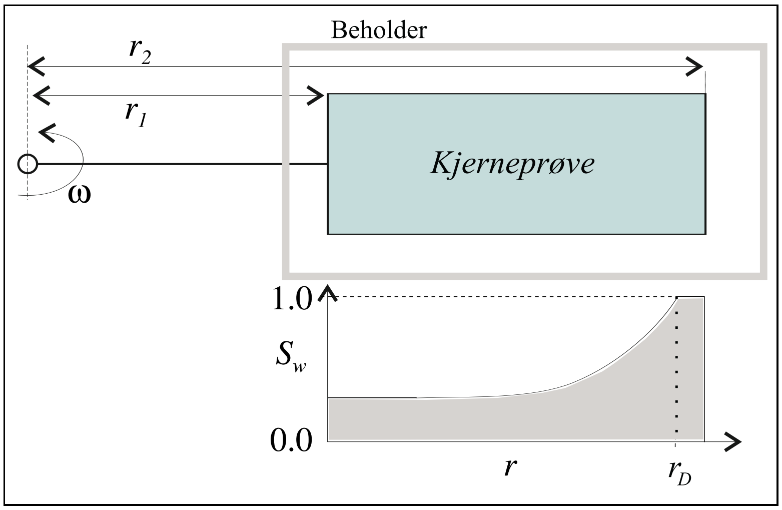
Skisse til løsning
Eksamen i Reservoarteknikk 1
23. september, 1999

Oppgave 1



Figur 1: Skisse av den ene armen til en sentrifuge; kjerne i beholder.

a) Akselerasjonen er $\omega^2 r$. Kraftbidraget dF fra masse dm i volumelement Adr er d$F = \rho\omega^2 rA\,\mathrm{d}r$, med A lik fluidtverrsnittet i prøven, ikke tverrsnittet av prøven. Dermed blir dp = d$F/A = \rho\omega^2 r\mathrm{d}r$ og

$$\int_1^2 \mathrm{d}p = \rho\omega^2 \int_1^2 r\mathrm{d}r,$$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho\omega^2(r_2^2 - r_1^2).$$

b) La indeks l betegne luft og w vann. Vann antas å være fuktende fase og dermed er $p_l \geq p_w$ inne i kjernen; og p_l må, for alle r der det er luft i kjernen, være i likevekt med lufttrykket i beholderen utenfor kjernen. For lufttrykket i beholderen har en da

$$p_{l2} - p_{l1} = \frac{1}{2}\rho_l\omega^2(r_2^2 - r_1^2) \tag{1}$$

og for vannet inne i kjernen

$$p_{w2} - p_{w1} = \frac{1}{2}\rho_w\omega^2(r_2^2 - r_1^2). \tag{2}$$

Vi trekker (1) fra (2), bruker $p_{c2} = 0$, og får

$$p_{l1} - p_{w1} = p_{c1} = \frac{1}{2}(\rho_w - \rho_l)\omega^2(r_2^2 - r_1^2),$$

og

$$p_{c1} = \frac{1}{2}\Delta\rho\,\omega^2(r_2^2 - r_1^2), \qquad (3)$$

og, dersom en ser på kapillartrykket i en avstand r fra omdreiningsaksen,

$$p_c(r) = \frac{1}{2}\Delta\rho\,\omega^2(r_2^2 - r^2). \qquad (4)$$

c) Midlere vannmetning $\bar{S_w}$ i prøven er definert ved

$$\bar{S_w} = \frac{1}{r_2 - r_1}\int_{r_1}^{r_2} S_w(r)dr.$$

Fra (3) og (4) får en

$$\frac{p_c(r)}{p_{c1}} = \frac{r_2^2 - r^2}{r_2^2 - r_1^2},$$

og $p_c(r_2) = 0$, $p_c(r_1) = p_{c1}$. Dermed blir, med $f = r_1/r_2$, og løst med hensyn på r,

$$r = \sqrt{r_2^2 - \frac{p_c(r)}{p_{c1}}(r_2^2 - r_1^2)} = r_2\sqrt{1 - \frac{p_c(r)}{p_{c1}}(1 - f^2)},$$

og differensiert,

$$dr = -\frac{r_2(1 - f^2)}{2p_{c1}}\left[1 - \frac{p_c(r)}{p_{c1}}(1 - f^2)\right]^{-1/2} dp_c$$

og innsatt i uttrykket for $\bar{S_w}$ får vi,

$$\begin{aligned}
\bar{S_w} &= -\frac{r_2(1 - f^2)}{2p_{c1}(r_2 - r_1)}\int_{p_{c1}}^{p_{c2}} S_w(p_c)\left[1 - \frac{p_c(r)}{p_{c1}}(1 - f^2)\right]^{-1/2} dp_c, \\
&= -\frac{(1 - f^2)}{2p_{c1}(1 - f)}\int_{p_{c1}}^{0} S_w(p_c)\left[1 - \frac{p_c(r)}{p_{c1}}(1 - f^2)\right]^{-1/2} dp_c, \\
&= \frac{1 + f}{2p_{c1}}\int_{0}^{p_{c1}} S_w(p_c)\left[1 - \frac{p_c(r)}{p_{c1}}(1 - f^2)\right]^{-1/2} dp_c.
\end{aligned}$$

Og når $f = r_1/r_2$ tilnærmet settes lik 1.0, får en

$$\begin{aligned}
\bar{S_w} &= \frac{1}{p_{c1}}\int_0^{p_{c1}} S_w(p_c)dp_c, \\
\bar{S_w}p_{c1} &= \int_0^{p_{c1}} S_w(p_c)dp_c, \\
S_w(p_{c1}) &= S_{w1} = \frac{d}{dp_{c1}}(\bar{S_w}p_{c1}).
\end{aligned}$$

d) La oss regne i SI-systemet med $r_1 = 0.0446$ m, $r_2 = 0.0938$ m, $\omega = 2\pi$ RPM$/60$ rad/s, $\Delta\rho = 1090$ kg/m^3. Fra spørsmål b) har en at

$$p_{c1} = \frac{1}{2} 1090 \frac{(2\pi)^2 (\text{RPM})^2}{60^2} (0.0938^2 - 0.0446^2) \text{ Pa } = 4.07 \cdot 10^{-5} \, (\text{RPM})^2 \text{ kPa}.$$

Vi kan da sette sammen måledata og tolkede data i Tabell 1. Verdier av S_{w1} kan finnes

RPM	p_{c1}	$\overline{S_w}$	$p_{c1} \cdot \overline{S_w}$	S_{w1}
1835	137.0	0.648	88.8	0.39
2200	197.0	0.561	110.5	0.34
2655	286.9	0.488	140.0	0.30

Tabell 1: Sentrifugedata og tolkede verdier.

ved å plotte kurven $p_{c1} \cdot \overline{S_w}$ vs. p_{c1}, trekke tangenter til kurven og beregne stigningsforholdet til tangenten. Dette kan estimeres ved å bruke vinkelkoeffisient til kordens korden gjennom det to nabopunktene til det med RPM-verdi på 2200:

$$S_{w1} = \frac{140.0 - 88.8}{286.9 - 137.0} = 0.34,$$

slik at et kapillartrykk på 197.0 kPa får en ved en vannmetning på 0.34.

Oppgave 2

a) Dersom en produserer gasskappen først vil oljen ekspandere opp i gasskappen og danne en oljeinvadert sone. Når oljen deretter produseres vil residuelle oljemetning S_{or} i oljeinvadert sone bli liggende igjen. Siden S_{or} kan være 0.3–0.4, kan et stort volum olje gå tapt på denne måten. Verdien av S_{or} er den metning hvor k_{ro} blir null.

I tillegg vil en redusere reservoarenergien mer ved å produsere gassen først.

b) Utledning av materialbalanseligningen:

A: Ekspansjon av olje, rb: $NB_o - NB_{oi}$,

B: Ekspansjon av frigjort, oppløst gass, rb: $(NR_{si} - NR_s)B_g$,

C: Ekspansjon av gasskappe, rb: $GB_g - GB_{gi} = GB_{gi}(B_g/B_{gi} - 1)$, med $G = mNB_{oi}/B_{gi}$,

D: Produksjonen i rb er lik summen av

Olje: N_pB_o,

Fri gass: $(N_pR_p - N_pR_s)B_g$, $R_p = G_p/N_p$.

Settes nå produksjonen lik ekspansjonen, blir $D = A + B + C$ og vi får oppgitt formel. Her har vi neglisjert ekspansjon av vann og bergart siden gass er tilstede fra starten i reservoaret og kompressibiliteten av gass er en faktor 100 større enn for vann og bergart.

c)

- Ekspandert volum gass, i invadert sone: $G(B_g - B_{gi})$, rb
- Porevolum av invadert sone: Gassvolum av invadert sone delt på gassmetningen i invadert sone, $S_g = 1 - S_{wc} - S_{org}$,

$$\frac{G(B_g - B_{gi})}{1 - S_{wc} - S_{org}}, \text{ rb}$$

- Initielt porevolum i oljesonen er lik oljevolum delt på oljemetningen $S_o = 1 - S_{wc}$: $NB_{oi}/(1 - S_{wc})$, rb.
- Oljemetning i oljesone etter produksjon er lik oljevolum delt på porevolum. La oss kalle oljevolumet i rest-oljesonen for V_{oo} og porevolumet for V_{po}.

  Oljevolum: Volum olje totalt minus oljevolum i invadert sone,

$$V_{oo} = (N - N_p)B_o - S_{org}\frac{G(B_g - B_{gi})}{1 - S_{wc} - S_{org}},$$

  Porevolum: Porevolum initielt av oljesone minus porevolum av invadert sone,

$$V_{po} = \frac{NB_{oi}}{1 - S_{wc}} - \frac{G(B_g - B_{gi})}{1 - S_{wc} - S_{org}}.$$

- Oljemetningen bli da $S_o = V_{oo}/V_{po}$, som oppgitt.

d)

- Volum gass i gasskappen, G, er gitt ved $G = mNB_{oi}/B_{gi} = (0.25 \cdot 400 \cdot 10^6 \cdot 1.5)/0.001 = 150 \cdot 10^9$ scf.
- Porevolum av rest-oljesone, V_{po}, er lik porevolum av opprinnelig oljesone minus porevolum av invadert sone,

$$V_{po} = \frac{NB_{oi}}{1 - S_{wc}} - \frac{G(B_g - B_{gi})}{1 - S_{wc} - S_{org}} = 200 \cdot 10^6 \text{ rb}.$$

- Oljevolum i rest-oljesone, V_{oo}, er lik ikke-produsert oljevolum minus residuell oljevolum i invadert sone,

$$V_{oo} = (N - N_p)B_o - S_{org}\frac{G(B_g - B_{gi})}{1 - S_{wc} - S_{org}} = 90 \cdot 10^6 \text{ rb}.$$

- $S_o = V_{oo}/V_{po} = 0.45$.
- Volum frigjort gass tilbake i rest-oljesonen, V_{go} er gitt ved $V_{go} = V_{po}S_g = V_{po} \cdot (1 - S_o - S_{wc}) = 200 \cdot 10^6 \cdot 0.30 = 60 \cdot 10^6$ rb.

Dette kan også finnes direkte på følgende måte: Gassvolumet i oljesonen, V_{go}, er lik volum gass som er kommet ut av løsning minus gass produsert, i rb ved trykk p: $V_{go} = NB_g(R_{si} - R_s) - N_pB_g(R_p - R_s) = (400 \cdot 0.003 \cdot (1000 - 600) - 200 \cdot 0.003 \cdot (260000/200 - 600)) \cdot 10^6 = 60 \cdot 10^6$ rb.

e) Gassvolumet i invadert sone er nå $G(B_g - B_{gi}) + 30 \cdot 10^6$ = $330 \cdot 10^6$ rb.

$$\begin{aligned}
V_{po} &= \frac{NB_{oi}}{1 - S_{wc}} - \frac{330 \cdot 10^6}{1 - S_o - S_{wc}} = 140 \cdot 10^6 \text{ rb},\\
V_{oo} &= (N - N_p)B_o - S_{org}\frac{330 \cdot 10^6}{1 - S_o - S_{wc}} = 75 \cdot 10^6 \text{ rb},\\
S_o &= \frac{75}{140} = 0.536.
\end{aligned}$$

f) Gassmetningen i rest-oljesonen er gitt ved $S_g = 1 - S_o - S_{wc}$. For spørsmål d) er $S_g = 0.40$ og for e) er $S_g = 0.21$. Gassproduksjonen fra rest-oljesonen avhenger av det produserende gass-olje forholdet R,

$$R = \frac{k_g}{k_o}\frac{\mu_o B_o}{\mu_g B_g} + R_s,$$

og k_g/k_o øker med gassmetningen S_g. Siden gassutviklingen er sterker for d) enn e) er det realistisk å forvente høyere gassproduksjon i tilfelle d) dersom k_g/k_o som funksjon av S_g er lik i de to tilfellene.

Oppgave 3

a)

$$\begin{aligned}
\Delta p \frac{1}{14.65} &= \frac{QB\mu \cdot 159000}{4\pi \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \cdot k \cdot 0.001 \cdot 30.48 \cdot h}\\
&\quad \left[\ln 10 \cdot \log\left(\frac{1.78 \cdot \phi\mu \cdot 14.65 \cdot cr_w^2 \cdot 30.48^2}{4 \cdot 0.001 \cdot 60 \cdot 60 \cdot kt}\right) - 2S\right],\\
\Delta p &= \frac{Q\mu B}{kh}\frac{159000 \cdot \ln 10 \cdot 14.65}{4\pi \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 0.001 \cdot 30.48}\\
&\quad \left[\log\left(\frac{1.78 \cdot 14.65 \cdot 30.48^2}{4 \cdot 0.001 \cdot 60 \cdot 60}\right) + \log\left(\frac{\phi\mu c r_w^2}{kt}\right) - \frac{2}{\ln 10}S\right],
\end{aligned}$$

som utregnet gir oppgitt formel.

b) Bruker superposisjonsprinsippet og legger sammen trykkfallene som forårsakes av en rate Q_1 som står på fra tid 0 til $t_1+\Delta t$ og en rate Q_1-Q_2 som står på fra tid t_1 til tid $t_1+\Delta t$:

$$\begin{aligned}(p_{wf}-p_i)\frac{kh}{162.6\mu B} &= -Q_1\left[\log\left(\frac{k(t_1+\Delta t)}{\phi\mu c r_w^2}\right)-3.23+0.87S\right](\text{ produksjon}),\\ &\quad +(Q_1-Q_2)\left[\log\left(\frac{k\Delta t}{\phi\mu c r_w^2}\right)-3.23+0.87S\right](\text{ injeksjon}),\end{aligned}$$

som ordnet gir oppgitt uttrykk. I denne ligningen er det kun p_{wf} og Δt som varierer. I det oppgitte uttrykk i oppgaven er alle Δt'ene samlet i den siste hakeparentesen og et plott av p_{wf} mot denne parentesen vil derfor gi en rett linje.

c) Ved å plotte p_{wf} mot

$$\left[\log\left(\frac{t_1+\Delta t}{\Delta t}\right)+\frac{Q_2}{Q_1}\log(\Delta t)\right]$$

fås en rett linje med stigningsforhold 70 psi per x-akse enhet. Dermed blir

$$k=\frac{Q_1 B\mu}{mh}=\frac{162.6\cdot 250\ 1.136\cdot 0.8}{70\cdot 69}=7.65 \text{ md.}$$