# ResTek1—Løsning Øving 9

## Oppgave 1

**a)** Materialbalanseligningen er

$$F = N(E_o + mE_g),$$

hvor

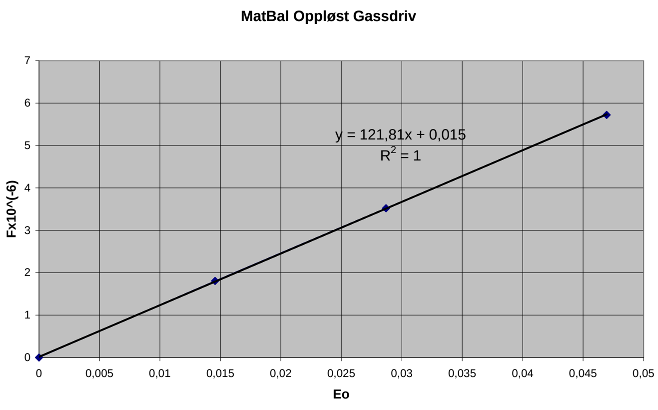
$$\begin{aligned} F &= N_p(B_o + (R_p - R_s)B_g) \\ E_o &= (B_o - B_{oi}) + (R_{si} - R_s)B_g \\ E_g &= B_{oi}(B_g/B_{gi} - 1). \end{aligned}$$

Siden reservoaret under dette spørsmålet antas ikke å ha noen gasskappe, så er $m = 0$ og $F = NE_o$. Verdiene er regnet ut i tabell 1. Fra plott i figur 1 finner en at $N = 121 \cdot 10^6$

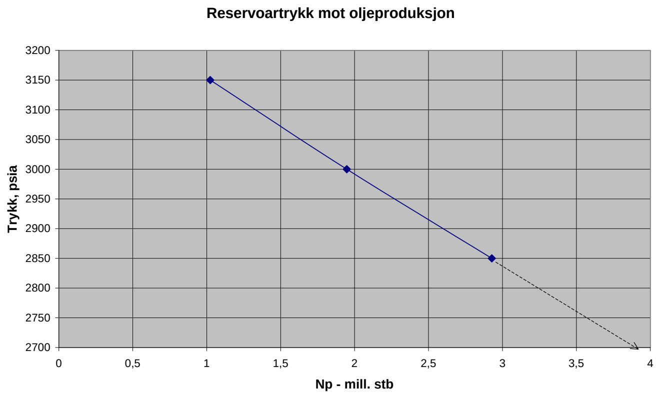
| $p$ | $F \cdot 10^6$ | $E_o$ |
|---:|---:|---:|
| 3330 | - | 0.0 |
| 3150 | 1.805 | 0.01456 |
| 3000 | 3.520 | 0.02870 |
| 2850 | 5.723 | 0.04695 |
| 2700 | - | 0.06773 |

Tabell 1: Produksjonen $F$ og ekspansjonen $E_o$ ved en rekke reservoartrykk.

stb.




Figur 1: Plott av $F \cdot 10^{-6}$ mot $E_o$.




Figur 2: Ekstrapolering av oljeproduksjonen ned til 2700 psia.

**b)** Fra plott i figur 2 er estimert produksjon, $N_p^e$, ved $p = 2700$ psia gitt ved ekstrapolering, $N_p^e = 3.9 \cdot 10^6$ stb. Videre har vi at $S_o = (1 - N_p/N)B_o/B_{oi} \cdot (1 - S_{wc})$, $R = R_s + (k_g/k_o) \cdot (B_o\mu_o)/(B_g\mu_g)$, hvor $R$ er det produserende gass-olje forholdet, $\log(k_g/k_o) = 34.5S_g - 2.54$, som er oppgitt, og fra materialbalanseligningen, $R_p^{\text{MB}} = N/N_p \cdot E_o/B_g - B_o/B_g + R_s$.

For å kunne beregne $R_p^{\text{GOR}}$, det vil si $R_p$ fra GOR-ligningen, må en beregne $R$, det vil si GOR, ved $p = 2850$ psia. I tabell 2 er vist $R$ beregnet med GOR-ligningen, hvor

| Indeks | $p$ | $S_o$ | $S_g$ | $k_g/k_o$ | R |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2850 | 0.662 | 0.038 | 0.0590 | 1133 |
| 2 | 2700 | 0.651 | 0.049 | 0.1414 | 1990 |

Tabell 2: GOR beregnet for to trykkverdier, fra GOR-ligningen.

verdien $N_p^e = 3.9 \cdot 10^6$ stb er brukt i siste linje. Da blir $\bar{R} = (R_1 + R_2)/2 = 1561.5$, $R_p^{\text{GOR}} = (R_{p1}N_{p1} + \bar{R}(N_{p2} - N_{p1}))/N_{p2}$, som gir $R_p^{\text{GOR}} = 1260$ scf/stb ved 2700 psia.

På den annen side er

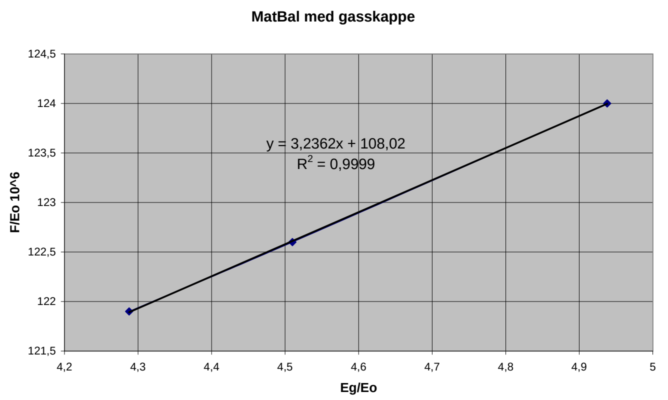
$$
\begin{aligned}
R_p^{\text{MB}} &= \frac{N}{N_p}\frac{E_o}{B_g} - \frac{B_o}{B_g} + R_s \\
&= \frac{121}{3.9}\frac{0.06773}{0.00107} - \frac{1.2022}{0.00107} + 401 \;=\; 1241.
\end{aligned}
$$

Det betyr at med estimert produksjon $N_p^e = 3.9 \cdot 10^6$ stb ved $p = 2700$ psia, så blir $R_p^{\text{MB}} = 1241$ scf/stb, og $R_p^{\text{GOR}} = 1260$ scf/stb, et avvik på kune 1.52%, som gjør det unødvendig å iterere. Svaret blir altså at $N_p = 3.9 \cdot 10^6$ stb ved $p = 2700$ psia.

**c)** Vi har materialbalanseligningen $F/E_o = N + mNE_g/E_o$ som tilsier at et plott av $F/E_o$ mot $E_g/E_o$ vil gi en rett linje med akseavskjæring lik $N$ og stigningsforhold $mN$. Verdier for tre trykknivå er vist i tabell 3. Fra plottet i figur 3 finner en at

| $p$ psia | $F \times 10^6$ | $E_o$ | $E_g$ | $F/E_o \times 10^6$ | $E_g/E_o$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 3150 | 1.805 | 0.01456 | 0.07190 | 124.0 | 4.938 |
| 3000 | 3.520 | 0.02870 | 0.12942 | 122.6 | 4.510 |
| 2850 | 5.723 | 0.04695 | 0.20133 | 121.9 | 4.288 |

Tabell 3: Tallverdier for ledd i materialbalanseligningen for oljereservoar med gasskappe.




Figur 3: Materialbalanse med gasskappe

$N = 108 \times 10^6$ stb og $m = 3.24/108 = 0.03$. Merk at en liten gasskappe på 3% av oljesonen reduserer anslaget på $N$ fra $121 \times 10^6$ til $108 \times 10^6$ på grunn av gassens høye kompressibilitet.

## Oppgave 2

**a)** Over kokepunktet er det ingen fri gass i reservoaret og all produsert olje kommer fra oljefasen.

**b)** $q_o'R'$ er lik total produksjonsrate til gassen, både fri og oppløst gass. $q_oR_s$ er produksjonsrate til kun oppløst gass. Differansen $q_o'R' - q_oR_s$ er produksjonsraten av det som er fri gass i reservoaret. Denne gassen innholder oppløst olje, slik at $(q_o'R' -$

$q_o R_s) r_s$ er raten av olje—olje som følger med produksjonen av fri gass fra reservoaret, og som felles ut som kondensat.

**c)** Ved bruk av oppgitte data fås, etter 15 års produksjon: $G_i B_{gi}$(MMrb): 627.179; $F$(MMstb): 2187.989; $E_o$(rb/stb): 0.2452; $NE_o$(MMrb): 735.60.

Merknad: $R_p$ er ikke direkte oppgitt som $G_p/N_p$, så dersom en ikke husker denne definisjonen så kan en: (1) utlede uttrykket for $F$ i ligning (6) i oppgaven, eller (2) ta sjansen på at når $R'_p = G_p/N'_p$ i tabell 5, og at justert $N_p$ oppgis, så er det rimelig at $R_p = G_p/N_p$.

Med

$$E_{fw} = \frac{F - NE_o - GB_{gI}}{N},$$

blir $E_{fw}$(rb/stb): 0.2751, og med

$$c_f = \frac{E_{fw}(1 - S_{wc})}{B_{oi}\Delta p} - c_w S_w,$$

som gir $c_f$(1/psi$\times 10^{-6}$): 32.36.

**d)** Kompressibilitet er generelt definert ved

$$c_\alpha = \frac{1}{V_\alpha}\left(\frac{\partial V_\alpha}{\partial p}\right)_T,$$

hvor $\alpha$ er lik $b$ for kompressibilitet av bulkvolumet og lik $p$ (eller $f$) for kompressibilitet av porevolumet.

Ved sammenpressing av Ekofisk reservoaret vil endringen i bulkvolum være lik endringen i porevolum, $\Delta V_b = \Delta V_p$, (se Dake sin bok nr. 2, side 124, eller Amyx, Bass og Whiting, side 62). Da har vi

$$c_b V_b \Delta p = c_f V_p \Delta p,$$

eller $c_f = c_b/\phi$ med $c_b = (\Delta h/h)(1/\Delta p)$ når det bare er reservoarhøyden $h$ som endres.

Da har vi

$$\frac{1}{\phi}\frac{\Delta h}{h}\frac{1}{p} = 32.36 \times 10^{-6},$$

som gir $\Delta h = 7.4$ft, som er av samme størrelsesorden som den innsynking av havbunnen som er observert.

## Oppgave 3

**a)** $R_s = \Delta V_{ogs}/\Delta V_{oos}$; $B_o = \Delta V_{or}/\Delta V_{oos}$; $B_g = \Delta V_{gr}/\Delta V_{ggs}$; $r_s = \Delta V_{gos}/\Delta V_{ggs}$.

Med $\Delta V_{os}$ definert som totalt oljevolum på overflaten, $\Delta V_{os} = \Delta V_{oos} + \Delta V_{gos}$ og $\Delta V_{gs}$ definert som totalt gassvolum på overflaten, $\Delta V_{gs} = \Delta V_{ggs} + \Delta V_{ogs}$ så er $R = \Delta V_{gs}/\Delta V_{os}$.

**b)** Se forelesningsnotatene.

La $Q$ betegne volumrate ved overflateforhold og $q$ volumrate ved reservoarforhold. Da er $R = Q_g/Q_o$, $Q_o = q_o/B_o$, $Q_g = Q_{gf} + Q_o R_s$, $Q_{gf} = q_{gf}/B_g$, hvor indeks $f$ betyr fri slik at $Q_{gf}$ er overflaterate av fri gassrate i reservoaret inn mot brønnen. Vi har da at $R = Q_{gf}/Q_o + R_s$, $Q_{gf}/Q_o = (q_{gf}B_o)/(B_g q_o) = (k_g\mu_o B_o)/(k_o\mu_g B_g)$ ved bruk av Darcy's lov inn mot brønnen, og dermed fås oppgitt uttrykk.

En annen måte å se det samme på er å starte med

$$R = \frac{\Delta V_{ggs} + \Delta V_{ogs}}{\Delta V_{oos} + \Delta V_{gos}} = \frac{\Delta V_{ggs}}{\Delta V_{oos}} + R_s = \frac{\Delta V_{gr}/B_g}{\Delta V_{or}/B_o} + R_s,$$

siden $\Delta V_{gos} = 0$, og videre er $\Delta V_{gr}/\Delta V_{or} = q_{gf}/q_o$ og dette forholdet er gitt av Darcy's lov igjen. Dermed fås samme svar som ovenfor. Vi merker oss også at $\alpha = \Delta V_{ggs}/\Delta V_{oos}$, se spørsmål c).

**c)** Vi bruker her at $q_o\Delta t = \Delta V_{or}$, $q_g\Delta t = \Delta V_{gr}$, $Q_o\Delta t = \Delta V_{os}$, $Q_g\Delta t = \Delta V_{gs}$, hvor $q$ er reservoarrate, $Q$ er overflaterate, $\Delta t$ det lille tidssteget som $\Delta$-volumene blir produsert over. Vi uttrykker overflatevolumene $\Delta V_{os}$ og $\Delta V_{gs}$ ved reservoarvolumene $\Delta V_{or}$ og $\Delta V_{gr}$ samt volumfaktorer og får

$$\begin{aligned} \Delta V_{os} &= \Delta V_{gos} + \Delta V_{oos} = r_s\Delta V_{ggs} + \Delta V_{or}/B_o = r_s\Delta V_{gr}/B_g + \Delta V_{or}/B_o, \\ \Delta V_{gs} &= \Delta V_{ogs} + \Delta V_{ggs} = R_s\Delta V_{oos} + \Delta V_{gr}/B_g = R_s\Delta V_{or}/B_o + \Delta V_{gr}/B_g. \end{aligned}$$

Dette er to ligninger med to ukjente som gir

$$\Delta V_{or} = \frac{\Delta V_{os} - r_s\Delta V_{gs}}{1 - r_s R_s} B_o,$$

og

$$\Delta V_{gr} = \frac{\Delta V_{gs} - R_s\Delta V_{os}}{1 - r_s R_s} B_g.$$

Vi deler disse to ligningene på hverandre og får

$$\frac{\Delta V_{gr} B_o}{\Delta V_{or} B_g} = \frac{\Delta V_{gs} - R_s\Delta V_{os}}{\Delta V_{os} - r_s\Delta V_{gs}},$$

og

$$\alpha = \frac{q_g B_o}{q_o B_g} = \frac{\Delta V_{gr} B_o}{\Delta V_{or} B_g} = \frac{R - R_s}{1 - r_s R}, \quad \text{eller} \quad R = \frac{\alpha + R_s}{1 + \alpha r_s}.$$

En annen måte å gjøre dette på er å bruke at

$$R = \frac{\Delta V_{ggs} + \Delta V_{ogs}}{\Delta V_{oos} + \Delta V_{gos}} = \frac{\dfrac{\Delta V_{ogs} + \Delta V_{ggs}}{\Delta V_{oos}}}{\dfrac{\Delta V_{oos} + \Delta V_{gos}}{\Delta V_{oos}}},$$

$$= \frac{\frac{\Delta V_{ogs}}{\Delta V_{oos}} + \frac{\Delta V_{ggs}}{\Delta V_{oos}}}{1 + \frac{\Delta V_{gos}}{\Delta V_{oos}}} = \frac{R_s + \alpha}{1 + \frac{\Delta V_{gos}}{\Delta V_{oos}} \frac{\Delta V_{ggs}}{\Delta V_{ggs}}} = \frac{\alpha + R_s}{1 + \alpha r_s}.$$

**d)** Over kokepunktstrykket er gassmetningen null og dermed er $k_{rg} = 0$ og $\alpha = 0$ slik at $R = R_s$. Under $p_b$, ved lavt reservoartrykk, er gassmetningen høy og $\alpha$ høy. Selv om både $R_s$ og $r_s$ minker noe med trykket vil $\alpha$ kunne bli meget stor (både $\mu_g$ og $B_g$ er mye mindre enn 1) slik at $R \approx 1/r_s$.