Skisse til løsning
Eksamen i Reservoarteknikk 1
4. juni, 2003

Oppgave 1

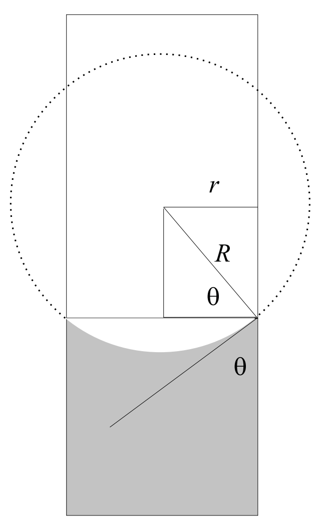
a) $p_c = 2\sigma/R$ hvor $R = R_1 = R_2$.

b) Arbeidet utført ved volumutvidelsen er netto kraft multiplisert med veien kraften har virket. Kraften er lik trykk multiplisert med den flaten trykket virker på. Da får vi arbeidet gitt ved $(p_1 - p_2)4\pi R^2 \delta R$ siden kraften $\delta \vec{F}$ på et flateelement $\delta \vec{A}$ overalt virker i samme retning som forskyvningen $\delta \vec{R}$, eller at $\delta \vec{F} \cdot \delta \vec{R} = \delta F \cdot \delta R$.

Økning i overflateenergi er $\sigma(4\pi(R + \delta R)^2 - 4\pi R^2) = (4\pi \cdot 2R\delta R + 4\pi(\delta R)^2)$. Vi stryker 2. ordens leddet $(\delta R)^2$ og setter de to uttrykkene lik hverandre og får $(p_1 - p_2) = p_c = 2\sigma/R$.

c) $p_c = 0$.

d) For en kuleflate er $R_1 = R_2 = R$ og av figuren ser vi at $r = R\cos\theta$. De to vinklene merket med θ er like siden vinkelbeina står parvis normalt på hverandre. Dermed følger uttrykket i oppgaven. Merk at dette er en tilnærmelse hvor vi har sett bort fra tyngdekraftens innvirkning på formen av fluid-fluid overflaten. Krumningen vil i virkeligheten være større inne ved veggen enn i midten av røret. Dersom r blir stor, vil overflaten bli et horisontal plan inne i midten av røret.



Figur 1: Sylindrisk rør med kuleformet skilleflate

e) Siden alle kontaktvinklene er like så kan kapillartrykk i reservoaret, p_{cR}, omgjøres til kapillartrykk i laboratoriet, p_{cL}, med følgende uttrykk: $p_{cL} \cdot \sigma_R = p_{cR} \cdot \sigma_L$.

Videre har vi at $p_{cR} = \Delta\rho g h$ hvor h er høyden over det frie fluidnivå.

Først betrakter vi tofasesystemet olje-vann (tenker oss gassen som olje), finner kapillartrykket i en høyde på 75 ft over det frie vannivå og gjør dette om til kapillartrykk i lab, p_{cL}^{ow},

$$\begin{aligned} p_{cL}^{ow} &= \frac{\sigma_L}{\sigma_R}\Delta\rho g h \\ &= \frac{75}{25}0.23 \cdot 980 \cdot 30.48 \cdot 75/6.89 \times 10^4 \\ &= 22.4 \text{ psi.} \end{aligned}$$

Videre har vi :

$$\begin{aligned} p_{cL}^{ow} &= -A \ln S_n + p_D \\ \ln S_n &= -\frac{p_{cL}^{ow} - p_D}{A} \\ &= -\frac{22.4 - 1}{0.68} = -31.47. \end{aligned}$$

Dermed blir $S_n = 0$ og $S_w = S_{iw} = 0.30$.

Så bruker vi samme prosedyre på gass-olje hvor nå vannfasen er "tenkt" erstatte med olje slik at vi kun ser på tofasesystemet gass-olje. Siden vi bruker kapillartrykket over skilleflaten mellom olje- og gassfasen, så er dette en rimelig antagelse. Da har vi:

$$\begin{aligned} p_{cL}^{og} &= \frac{\sigma_L}{\sigma_R}\Delta\rho g h \\ &= \frac{72}{50}0.74 \cdot 980 \cdot 30.48 \cdot 5/6.89 \times 10^4 \\ &= 2.31 \text{ psi.} \end{aligned}$$

Videre har vi :

$$\begin{aligned} p_{cL}^{ow} &= -A \ln S_n + p_D \\ \ln S_n &= -\frac{p_{cL}^{ow} - p_D}{A} \\ &= -\frac{1.60 - 1}{0.68} = -1.93. \end{aligned}$$

Dermed er $S_n = 0.15$ og dette er lik $(S_L - S_{iw})/(1 - S_{iw})$, slik at $S_L = S_o + S_w = 0.40$ og dermed blir svaret at i høyden 5 ft over det frie oljenivå er metningene $S_w = 0.30$, $S_o = 0.10$, $S_g = 0.60$.

Oppgave 2

a) Se forelesningene.

b)

$$q\,\frac{[\text{bbl}]159\cdot 10^3\dfrac{[\text{cm}^3]}{[\text{bbl}]}}{[\text{day}]86400\dfrac{[\text{sec}]}{[\text{day}]}} \quad\rightarrow\quad 2\pi\,\frac{k}{\mu}\,\frac{h[\text{ft}]30.48\dfrac{[\text{cm}]}{[\text{ft}]}}{\ln\left(\dfrac{r_e}{r_w}\right)}\times$$
$$\Delta p[\text{psi}]\cdot 6.8046\cdot 10^{-2}\frac{[\text{atm}]}{[\text{psi}]},$$

som ordnet gir

$$q = 7.082\frac{kh\,\Delta p}{\mu\ln\left(\dfrac{r_e}{r_w}\right)}.$$

c) Trykkfallet fra radius r inn mot en brønn er gitt ved (i Darcy-enheter):

$$\Delta p = \frac{q\mu}{2\pi kh}\ln\frac{r}{r_w},$$

med k lik permeabiliteten til uskadet formasjon. Dersom en brønn er skadet ut til en radius r_d med permeabilitet k_d, så defineres skinfaktoren S ved at

$$\Delta p_{\text{skin}} = S\frac{q\mu}{2\pi kh},$$

hvor Δp_{skin} er det ekstra trykkfallet som ligger over den skadete sone,

$$\Delta p_{\text{skin}} = \frac{q\mu}{2\pi h}\left[\frac{\ln(r_d/r_w)}{k_d} - \frac{\ln(r_d/r_w)}{k}\right],$$

og altså

$$\begin{aligned} S &= k\left[\frac{\ln(r_d/r_w)}{k_d} - \frac{\ln(r_d/r_w)}{k}\right] \\ &= \frac{k-k_d}{k_d}\ln(r_d/r_w). \end{aligned}$$

d) Vi finner først midlere permeabilitet $\bar{k}$,

$$\bar{k} = \frac{\ln(r_e/r_w)}{\dfrac{\ln(r_e/r_1)}{k_2}+\dfrac{\ln(r_1/r_w)}{k_1}} = \frac{6.49}{0.017+0.060} = 83.88.$$

$$p_e = p_w + \frac{q\mu\ln(r_e/r_w)}{7.082\bar{k}h} = 2000 + \frac{100\cdot 5\cdot\ln(330/0.5)}{7.082\cdot 0.084\cdot 20} = 2273 \text{ psia}.$$

Videre er

$$S = \frac{k-k_d}{k_d} \ln \frac{r_d}{r_w} = \frac{200-50}{50} \ln(10/0.5) = +9.0.$$

Vi kan også finne p_e ved først å regne ut $S = 9.0$ og så bruke at

$$p_e = p_w + \frac{q\mu(\ln(r_e/r_w)+S)}{7.082kh},$$

hvor $k = 200$ md, permeabilitet til uskadd formasjon. Dette gir også at $p_e = 2273$ psia, selvfølgelig.

e) Se forelesningene eller boken til Dake.

Oppgave 3

a) Velger $\Delta t = 1$ time og antar $\Delta t << t_1$. Fra trykkløsningen får vi da

$$\begin{aligned} p_i - p_{1\mathrm{HR}} &= \frac{162.6 Q_2 \mu B}{kh}\left[\log\left(\frac{k}{\phi\mu c r_w^2}\right) - 3.23 + 0.87S\right] \\ &\quad + \frac{162.6 Q_1 \mu B}{kh} \log t_1. \end{aligned}$$

Fra linjekildeløsningen finner vi følgende uttrykk for p_{wf1}, trykket i brønnen ved rateskift,

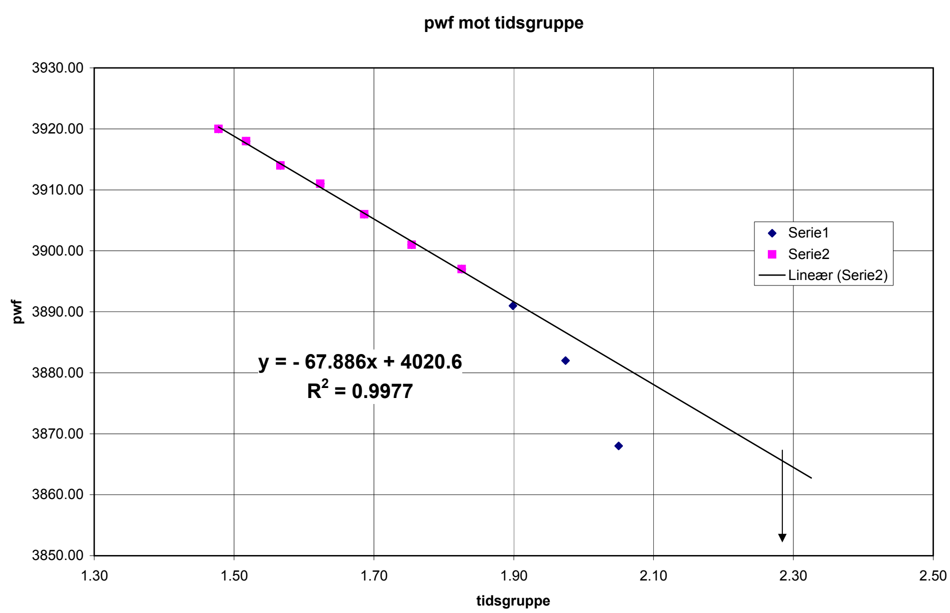
$$p_i - p_{wf1} = \frac{162.6 Q_1 \mu B}{kh}\left[\log\left(\frac{k}{\phi\mu c r_w^2}\right) + \log t_1 - 3.23 + 0.87S\right].$$

Vi trekker disse to ligningene fra hverandre og får

$$\begin{aligned} p_{1\mathrm{HR}} - p_{wf1} &= m\left[\log\left(\frac{k}{\phi\mu c r_w^2}\right) - 3.23 + 0.87S\right] \\ &\quad - m\frac{Q_2}{Q_1}\left[\log\left(\frac{k}{\phi\mu c r_w^2}\right) - 3.23 + 0.87S\right] \\ \text{hvor } m &= \frac{162.6 Q_1 \mu B}{kh} \text{ og dermed} \\ p_{1\mathrm{HR}} - p_{wf1} &= m\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}\left[\log\left(\frac{k}{\phi\mu c r_w^2}\right) - 3.23 + 0.87S\right], \end{aligned}$$

og, løst med hensyn på S,

$$S = 1.151\left[\frac{Q_1}{Q_1 - Q_2}\left(\frac{p_{1\mathrm{HR}} - p_{wf1}}{m}\right) - \log\frac{k}{\phi\mu c r_w^2} + 3.23\right].$$



Figur 2: Plott av p_{wf} mot $\left[\log\left(\frac{t_1+\Delta t}{\Delta t}\right)+\frac{Q_2}{Q_1}\log(\Delta t)\right]$

b) Av figur (2) finner vi at $m = 68$ psi/dekade, at $p_{1HR} = 3865$ psi fra den ekstrapolerte rette linjen, at trykkoppbyggingen ekstrapolert til verdi 0 av tidsgruppen er 4020.6 psia.

Permeabiliteten blir da

$$k = 162.6\frac{Q_1 B\mu}{mh} = 7.65 \text{ md.}$$

c) Innsatt i uttrykket for S så får vi at

$$S = 1.151\left[\frac{250}{250-125}\frac{3865-3490}{70} - \log\left(\frac{7.65}{0.039\cdot 0.8\cdot 17\cdot 10^{-6}\cdot 0.198^2}\right) + 3.23\right]$$
$$= +6.19.$$

d) Estimatet på p_i, det vil si p^*, kan finnes på flere måter. En kan bruke den oppgitte trykkløsningen for samhørende verdier av Δt og p_{wf} og slik estimere initielt trykk punktvis. Bedre er det å bruke alle datapunktene samtidig, for eksempel ved å ekstrapolere den rette linjen til skjæring med y-aksen i plottet, på denne måten:

Den ekstrapolerte verdien av p_{wf} når hakeparentesen

$$\left[\log\left(\frac{t_1+\Delta t}{\Delta t}\right) + \frac{Q_2}{Q_1}\log(\Delta t)\right]$$

går mot null i plottet er 4020 psia. Estimatet på p_i, det vil si p^*, blir da ifølge den oppgitte trykkløsningen

$$\begin{aligned} p^* &= 4020 + m\frac{Q_2}{Q_1}\left[\log\left(\frac{k}{\phi\mu c r_w^2}\right) - 3.23 + 0.87S\right] \\ &= 4020 + 365 \\ &= 4385\,\text{psia.} \end{aligned}$$

Det betyr at trykket bygger seg opp mot et tilsynelatende intielt trykk p^* som ligger 15 psi under det virkelig initielle trykk p_i og reservoaret kan neppe betraktes som uendelig-virkende i testen selv om det hefter usikkerhet til datapunktene.