Skisse til løsning
Eksamen i Reservoarteknikk 1
15. september, 2000

Oppgave 1

a)

$$
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r} &= \frac{\mu}{k}u \\
\rho\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r} &= \frac{\mu}{k}\rho u; \quad u = \frac{q}{2\pi rh}, \quad \rho q = \rho_{\mathrm{st}}Q; \quad \mathrm{Q:\ rate\ ved\ std\ forh.} \\
\frac{M}{ZRT}p\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r} &= \frac{\mu}{k}\frac{1}{2\pi rh}(\rho_{\mathrm{st}}Q)
\end{aligned}
$$

Integrert :

$$
\begin{aligned}
\frac{M}{2ZRT}(p^2(r) - p_w^2) &= \frac{\mu}{k}\frac{1}{2\pi h}\rho_{\mathrm{st}}Q\ln(\frac{r}{r_w}) \\
\rho_{\mathrm{st}} &= \frac{Mp_{\mathrm{st}}}{RT_{\mathrm{st}}}, \quad Z_{\mathrm{st}} = 1.0 \\
p^2(r) - p_w^2 &= \frac{ZTp_{\mathrm{st}}}{T_{\mathrm{st}}}\frac{\mu}{\pi kh}\ln(\frac{r}{r_w})Q.
\end{aligned}
$$

b) Vi skriver $(p_e^2 - p_w^2) = (p_e^2 - p^2(r_s)) + (p^2(r_s) - p_w^2)$ og bruker formelen fra uttrykket ovenfor på de to delene og får

$$
\begin{aligned}
p_e^2 - p_w^2 &= \frac{ZTp_{\mathrm{st}}}{T_{\mathrm{st}}}\frac{\mu}{\pi h}Q\left[\frac{\ln(r_e/r_s)}{k} + \frac{\ln(r_s/r_w)}{k_s}\right] \\
&= \frac{ZTp_{\mathrm{st}}}{T_{\mathrm{st}}}\frac{\mu}{\pi h}Q\left[\frac{\ln r_e}{k} - \frac{\ln r_s}{k} + \frac{\ln r_s}{k_s} - \frac{\ln r_w}{k_s} + \frac{\ln r_w}{k} - \frac{\ln r_w}{k}\right] \\
&= \frac{ZTp_{\mathrm{st}}}{T_{\mathrm{st}}}\frac{\mu}{\pi h}Q\left[\frac{\ln r_e - \ln r_w}{k} + \frac{\ln r_s}{k_s} - \frac{r_w}{k_s} + \frac{\ln r_w}{k} - \frac{\ln r_s}{k}\right] \\
&= \frac{ZTp_{\mathrm{st}}}{T_{\mathrm{st}}}\frac{\mu}{\pi h}Q\left[\frac{\ln(r_e/r_w)}{k} + \frac{\ln(r_s/r_w)}{k_s} - \frac{\ln(r_s/r_w)}{k}\right] \\
&= \frac{ZTp_{\mathrm{st}}}{T_{\mathrm{st}}}\frac{\mu}{\pi h}Q\frac{1}{k}\left[\ln(r_e/r_w) + \ln(r_s/r_w)(k/k_s - 1)\right] \\
&= \frac{ZTp_{\mathrm{st}}}{T_{\mathrm{st}}}\frac{\mu}{\pi h}Q\frac{1}{k}\left[\ln(r_e/r_w) + \frac{k - k_s}{k_s}\ln(r_s/r_w)\right],
\end{aligned}
$$

som skulle vises.

c) Får nå et ledd

$$\frac{\beta}{C}(\rho u)^2 = \frac{\beta}{C(2\pi rh)^2}(\rho_{\text{st}}Q)^2,$$

som må integreres i tillegg. Siden β er en funksjon av permeabiliteten, så må integralet deles i to: fra $r_e \to r_s$ og så fra $r_s \to r_w$. Dette gir

$$\frac{\rho_{\text{st}}^2 Q^2}{C(2\pi h)^2}\left[\beta\left(\frac{1}{r_s}-\frac{1}{r_e}\right)+\left(\frac{1}{r_w}-\frac{1}{r_s}\right)\right],$$

og innsatt for ρ_{st} får en som oppgitt i oppgaveteksten.

d)

Ligning (4) i oppgaven blir

$$(p_e^2 - p_w^2)\left[\text{bar}^2\cdot\left(\frac{\text{atm}}{\text{bar}}\right)^2\frac{1}{1.01325^2}\right] =$$

$$\frac{ZT\mu\cdot 1}{288}\frac{1}{\pi k\left[\text{md}\frac{\text{D}}{\text{md}}0.001\right]h\left[\text{m}\frac{\text{cm}}{\text{m}}100\right]}\times\left[\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)+S\right]Q\frac{\text{m}^3\left[\frac{\text{cm}^3}{\text{m}^3}10^6\right]}{\text{d}\left[\frac{\text{s}}{\text{d}}60\cdot 60\cdot 24\right]},$$

som utregnet gir

$$p_e^2 - p_w^2 = 0.131\frac{\mu ZT}{kh}\left[\ln\frac{r_e}{r_w}+S\right]Q.$$

Tilleggsleddet (5) blir

$$1.01325^2\beta\frac{1}{\text{ft}\frac{\text{cm}}{\text{ft}}30.48}\frac{ZT\cdot 1}{2\pi^2h^2 288}\gamma\frac{1.223\cdot 10^{-3}\left[10^6\frac{\text{cm}^3}{\text{m}^3}\right]}{(60\cdot 60\cdot 24)^2}Q^2$$

$$\times\left(\frac{1}{r_w}-\frac{1}{r_e}\right)\frac{1}{1.0133\cdot 10^6},$$

$$= 0.958\cdot 10^{-18}\frac{\beta\gamma ZT}{h^2}\left(\frac{1}{r_w}-\frac{1}{r_e}\right)Q^2,$$

når vi bruker at $h^2 r$ kansellerer et av volumene i Q^2. Setter så $0.131\mu ZT/kh$ utenfor felles parentes og får oppgitt svar.

e) Poenget her er at den totale skinfaktor $S+DQ$ er rateavhengig og S og D kan derfor ikke finnes fra en valig trykktest.

En har to ukjente, r_s og k_s. Dersom en produserer brønnen med to ulike rater, e.g., Q_1 OG Q_2 får en, av ligning (6) i oppgaveteksten, to ligninger til å bestemme disse. Og S er gitt ved r_s, k_s, samt at $\beta_s = \beta(k_s)$.

Oppgave 2

a)

$$
\begin{aligned}
&F = N_p\left[B_t + B_g(R_p - R_{si})\right] - W_i B_w,\\
&E_o = B_t - B_{oi},\\
&E_g = B_{oi}/B_{gi}(B_g - B_{gi}) = B_{oi}\left(\frac{B_g}{B_{gi}} - 1\right).\\
&F = N(E_o + mE_g),\\
&\frac{F}{E_o} = N + Nm\frac{E_g}{E_o}.
\end{aligned}
$$

Plottes altså F/E_o mot E_g/E_o så fås en rett linje, dersom finnes først N fra akseavskjæringen og så Nm og m fra helningsvinkelen.

Settes inn PVT- og produksjonsdata i ligningen så får en følgende tabell, Tabellen

Trykk	F/E_o	E_g/E_o
1600	$6.44{\cdot}10^9$	3.86
1300	$5.65{\cdot}10^9$	3.14
1000	$6.12{\cdot}10^9$	3.60.

Tabell 1: Data til materialbalanseplott

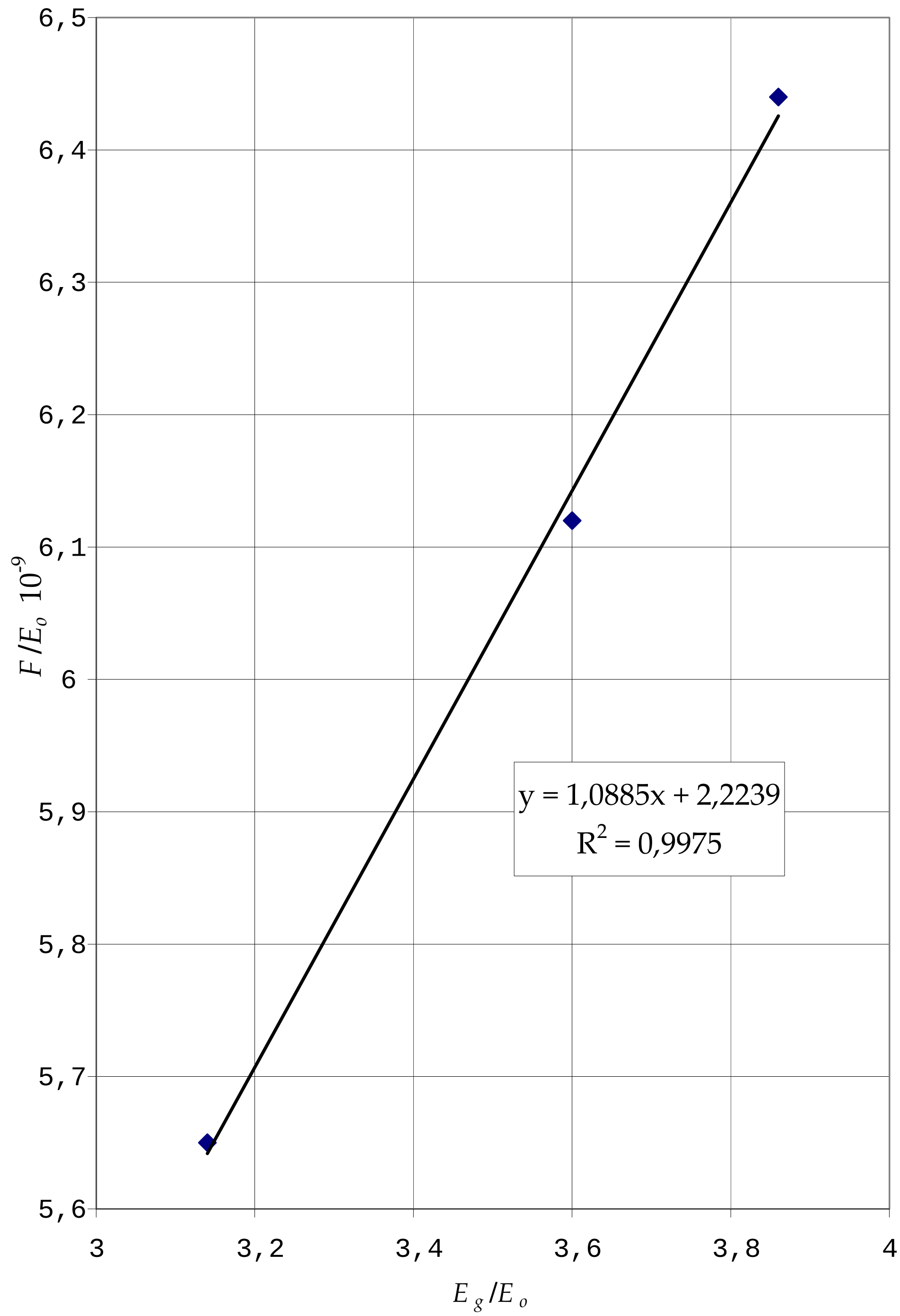
er plottet i Figur 1. Vi ser at $N = 2.2\cdot 10^9$ stb, at $Nm = 1.1\cdot 10^9$, slik at $m = 0.5$.

b) Bulkvolum av oljesonen er $V_{bo} = NB_{oi}/(1-S_w)/\phi = 2.3\cdot 10^{10}$ rb. Bulkvolum av gassonen er $V_{bg} = m\cdot V_{bo} = 1.15\cdot 10^{10}$ rb. Fra Figur 2 ser vi at (i) $\frac{1}{3}\pi r_2^2 h_2 = V_{bo} + V_{bg}$, (ii) $\frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1 = V_{bg}$, og (iii) $r_2/r_1 = h_2/h_1$, likeformede trekanter. Dette gir at

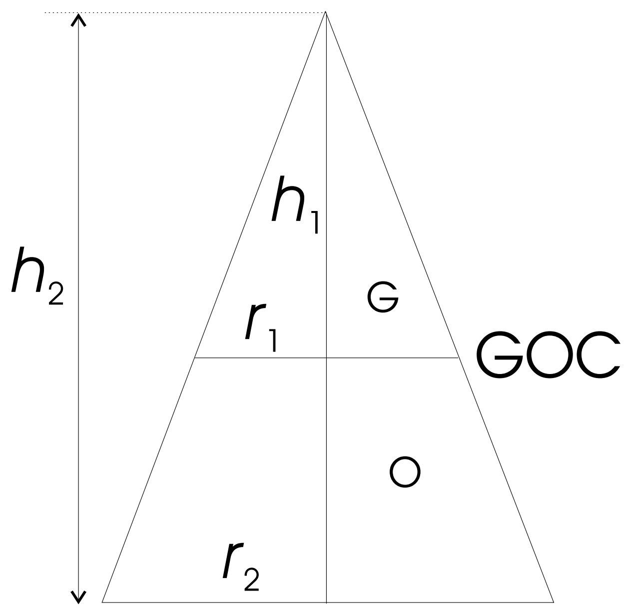
$$
\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2\left(\frac{h_2}{h_1}\right) = \frac{V_{bo}+V_{bg}}{V_{bg}} = \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^3,
$$

som gir at $h_2/h_1 = 1.44$.

Oljen ved GOC (gass-olje kontakten) har et trykk lik kokepunktstrykket siden den ved denne høyden er i kontakt med gass. Dette gir at $h_2 - h_1 = (1919-1850)/0.3014 = 229$ ft. Dermed er $h_2 = 1.44\cdot(h_2 - 229) = 750$ ft.



Figur 1: Plott av materialbalanseligningen



Figur 2: Reservoaret som en rett kjegle

Oppgave 3

a)

$$p_D(t_D) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{4t_D}{\gamma}\right) = \frac{1}{2}\ln 10 \log\left(\frac{4t_D}{\gamma}\right),$$

$$7.08 \cdot 10^{-3}\frac{kh}{Q\mu B}p_{wf} \propto \frac{1}{2}\ln 10 \log t,$$

$$p_{wf} \propto \frac{1}{2}\ln 10 \frac{10^3}{7.08}\frac{Q\mu B}{kh}\log t,$$

$$p_{wf} \propto 162.6\frac{Q\mu B}{kh}\log t.$$

b)

$$p_D(t_D) = 7.08 \cdot 10^{-3}\frac{kh}{Q\mu B}(p_i - p_{wf}) - S = \frac{1}{2}\ln\frac{4t_D}{\gamma},$$

$$S = 7.08 \cdot 10^{-3}\frac{kh}{Q\mu B}(p_i - p_{wf}) - \frac{1}{2}\ln 10 \log\left(\frac{4 \cdot 0.000264kt}{\phi \mu c r_w^2 \gamma}\right).$$

Velger $t = 1$ og $p_{wf}(t = 1) = p_{1\mathrm{hr}}$ og får

$$S = \frac{1}{2}\ln 10\left[\frac{7.08\cdot 10^{-3}kh\cdot 2}{Q\mu B\cdot \ln 10}(p_i - p_{1\mathrm{hr}}) - \log\left(\frac{k}{\phi\mu c r_w^2}\right) - \log\left(\frac{4\cdot 0.000264}{\gamma}\right)\right],$$

som utregnet gir oppgitt svar.

c) Trykkløsningen i transient periode, $p_D(t_D)$ settes lik trykkløsningen i halvstasjonær periode, $p_{t_{DA}}$ for å finne et estimat på tiden til skiftet,

$$p_D(t_D) = p_D(t_{DA}),$$

$$\frac{1}{2}\ln\frac{4t_D}{\gamma} = \frac{1}{2}\ln\frac{4A}{\gamma C_a r_w^2} + 2\pi t_{DA},$$

$$\frac{1}{2}\ln\left[\frac{4t_D}{\gamma}\frac{\gamma C_A r_w^2}{4A}\right] = 2\pi t_{DA},$$

$$\frac{1}{2}\ln(t_{DA}C_A) = 2\pi t_{DA},$$

$$t_{DA}C_A = \exp(4\pi\, t_{DA}).$$

Med $C_A = 31.6$ finner en at $t_{DA} \approx 0.1$ oppfyller ligningen.

d) Fra plottet i Figur 3 ser en at $m = 18.14$. Dette gir $k = (162.6\cdot 500\cdot 0.7\cdot 1.7535)/(18.14\cdot 60 = 92$ md$)$.

$$S = 1.151\left[\frac{5050-4946}{18.14} - \log\left(\frac{92}{0.12\cdot 0.7\cdot 10^{-5}\cdot 0.25^2}\right) + 3.23\right] = -0.32.$$

e) Trykkdataene ligger på en rett linje i Figur 3 helt fram til 72 timer. Det vil si at

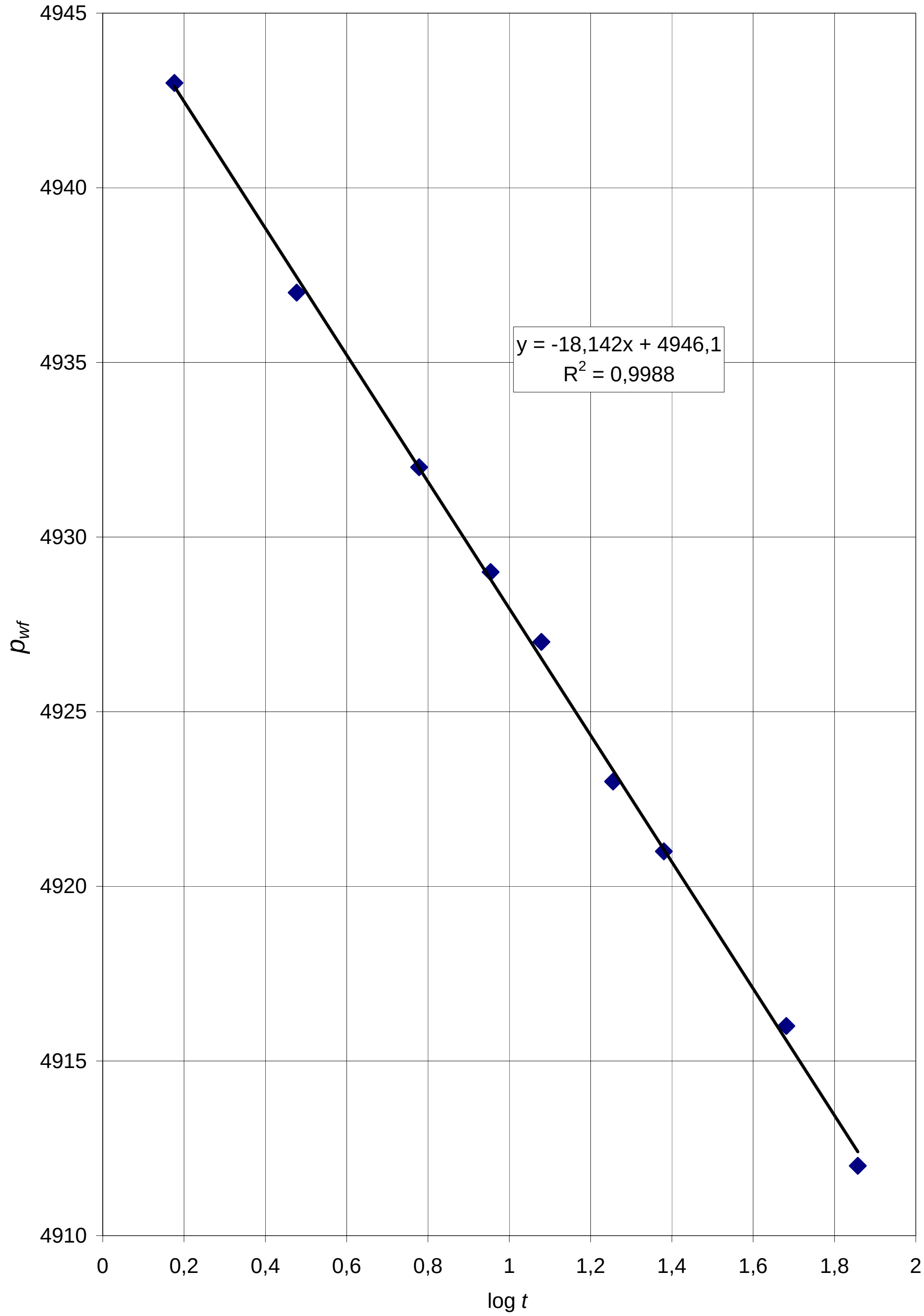
$$t_{DA} < 0.1,$$

$$0.000264\frac{kt}{\phi\mu c A} < 0.1,$$

$$A > \frac{0.000264\cdot 92\cdot 72}{0.1\cdot 0.12\cdot 10^{-5}\cdot 0.7},$$

$$A > 20.8\cdot 10^6\ \mathrm{ft}^2;\ \text{og med } \pi r_e^2 = A$$

$$r_e > 2575\ \mathrm{ft}.$$



Figur 3: Plott av trykkdata