ResTek1—Løsning Øving 11

Oppgave 1

a) La L bety lengde, M masse, T tid i et hvilket som helst konsistent sett av enheter. Da er $[k] = L^2$, $[\mu] = M/LT$, $[p] = (ML/T^2)/L^2 = M/LT^2$, $[c] = LT^2/M$, og da blir

$$t_D = \left[\frac{kt}{\phi\mu c r_w^2}\right] = \frac{L^2 T}{(M/LT)(LT^2/M)L^2} = 1,$$

$$p_D = \left[\frac{2\pi kh}{q\mu}(p_i - p_{wf})\right] = \frac{L^2 L(M/LT^2}{(L^3/T)(M/LT)} = 1,$$

altså er begge dimensjonsløse.

b)

$$t_D = \frac{kt}{\phi\mu c r_w^2} \to \frac{k[\mathrm{md}]\frac{1}{1000}\left[\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{md}}\right] \times t[\mathrm{hrs}]3600\left[\frac{\mathrm{sec}}{\mathrm{hrs}}\right]}{\phi\mu c\left[\frac{1}{\mathrm{psi}}\right]14.7\left[\frac{\mathrm{psi}}{\mathrm{atm}}\right] \times r_w^2[\mathrm{ft}^2]30.48^2\left[\frac{\mathrm{cm}^2}{\mathrm{ft}^2}\right]},$$

$$t_D = 0.000264\frac{kt}{\phi\mu c r_w^2}.$$

c)

$$p_D = \to \frac{2\pi k[\mathrm{md}]\frac{1}{1000}\left[\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{md}}\right] \times h[\mathrm{ft}]30.48\left[\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{ft}}\right] \times (\mathrm{p_i} - \mathrm{p_{wf}})[\mathrm{psi}]\frac{1}{14.7}\left[\frac{\mathrm{atm}}{\mathrm{psi}}\right]}{Q[\mathrm{stb/d}]\mathrm{B}\left[\frac{\mathrm{rb/d}}{\mathrm{stb/d}}\right]1.84\left[\frac{\mathrm{rcc/sec}}{\mathrm{rb/d}}\right]\mu}$$

$$p_D(r_D, t_D) = 7.08 \times 10^{-3}\frac{kh}{Q\mu B}(p_i - p(r_D, t_D)).$$

Her er brukt notasjonen at Q er i stb/d og q er i rb/d, slik at $q = QB$. Dessuten betyr “rcc” “reservoir cubic centimeter” og “sec” “second.” I formler i trykktestanalyse vil en ofte se omregningsfaktoren 141.2 som er lik $1/7.08 \times 10^{-3}$.

Kommentar 1. Dersom en ser på trykket i brønnen så er $r_D = 1$ og da skriver en ofte forenklet $p_D(t_d)$ istedenfor $p_D(1, t_D)$.

Kommentar 2. Med dimensjonsløse variable blir diffusivitetsligningen

$$\frac{1}{r}\left(r\frac{\partial p}{\partial r}\right) = \frac{\phi\mu c}{k}\frac{\partial p}{\partial t}$$

lik

$$\frac{1}{r_D}\left(r_D\frac{\partial p_D}{\partial r_D}\right) = \frac{\partial p_D}{\partial t_D}.$$

Oppgave 2

Produksjonstiden t_p er gitt ved $t_p = N_p/Q_o = 500/123 \times 24 = 97.6$ timer og dette gir tabell 1.

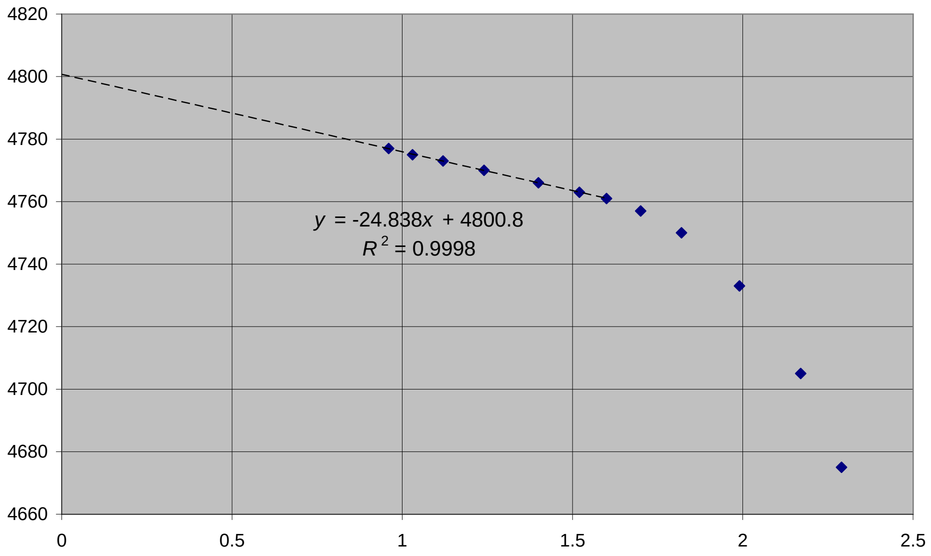
Δt (hrs)	$\log \dfrac{t_p + \Delta t}{\Delta t}$	p_{ws} psia
0.0		4506
0.5	2.29	4675
0.66	2.17	4705
1.0	1.99	4733
1.5	1.82	4750
2.0	1.70	4757
2.5	1.60	4761
3.0	1.52	4763
4.0	1.40	4766
6.0	1.24	4770
8.0	1.12	4773
10.0	1.03	4775
12.0	0.96	4777

Tabell 1: Trykkdata, oppgave 2; $p_{wf,s} = 4506$ psia

a) Trykkdataene er plottet i figur1 i et lin-lin plott. De siste syv punktene ligger på en rett linje som ekstrapolert til $\log(t_p + \Delta t)/\Delta t = 0$ gir $p^* = 4801$ psia, og dersom reservoaret kan betraktes som uendelig, så er dette et estimat på initielt trykk p_i.

b) Stigningsforholdet for den lineære del av plottet er $m = 24.8$ psi/dekade. Dermed blir den effektive permeabilitet til formasjonen gitt ved

$$k_o = \frac{162.6 Q_o \mu_o B_{oi}}{mh} = \frac{162.6 \cdot 123 \cdot 1 \cdot 1.22}{24.8 \cdot 20} = 49 \text{ md.} \qquad \text{(1)}$$



Figur 1: Hornerplott, innstengingstrykket p_{ws} som funksjon av $\log(t_p + \Delta t)/\Delta t$

c) Skinfaktoren S er gitt ved

$$\begin{aligned} S &= 1.151\left(\frac{p_{ws(\mathrm{LIN-1hr})} - p_{wf}}{m} - \log\frac{k}{\phi\mu_o c r_w^2} + 3.23\right) \\ &= 1.151\left(\frac{4752 - 4506}{24.8} - \log\frac{49}{0.2\cdot 1\cdot 20\cdot 10^{-6}\cdot 0.09} + 3.23\right) \\ &= 6.0, \end{aligned}$$

hvor $p_{ws(\mathrm{LIN-1hr})} = 4752$ psia er lest av på den ekstrapolerte rette linje i Hornerplottet, en time etter avstenging.

d) Ekstra trykkfall Δp_{skin} over den skadde sone mens brønnen produserer, er gitt ved $\Delta p_{\mathrm{skin}} = Q_o\mu_o B_{oi} S/2\pi kh$ atm, $= 2mS/2.303 = 0.87mS$ psi, $= 128$ psi.

e) Under utledningen av Horner-uttrykket

$$p_{ws} = p_i - 162.6\frac{Q\mu B}{kh}\log\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t},$$

blir det forutsatt at linjekildeløsningen er gyldig for begge leddene i dette summerte, superponerte uttrykket, i.e., fortsatt produksjon fram til tid $t_p + \Delta t$ og injeksjon med samme rate fram til tid Δt. Linjekildeløsningen gjelder mens brønnen er i “Infinite Acting” perioden, før reservoargrensen er merkes i trykkoppførselen til brønnen. Sålenge dette gjelder, vil trykket p_{ws} følge Horner-uttrykket og ekstrapoleres til p_i når Δt går mot ∞.

Vi sjekker derfor om den lengste testetiden, $t_p + \Delta t$, er slik at $t_{DA} < 0.1$. Inntil da vil brønnen, som er antatt å være i senter av et sirkulært dreneringsareal, ha en trykkoppførsel som om den var i et uendelig reservoar. Det minste tillatte areal, $A_{\min}$, blir for dette tilfellet, i praktiske enheter,

$$A_{\min} = \frac{0.000264kt}{0.1\phi\mu c} = \frac{0.000264\cdot 50\cdot(97.6+12.0)}{0.1\cdot 0.2\cdot 1\cdot 20\cdot 10^{-6}}/43560 = 83 \text{ acres},$$

siden 1 acre er lik 43560 ft^2. Dette arealet er mindre enn estimert dreneringsareal på 300 acres. Antagelsen om at $p^* = p_i$ er derfor rimelig.

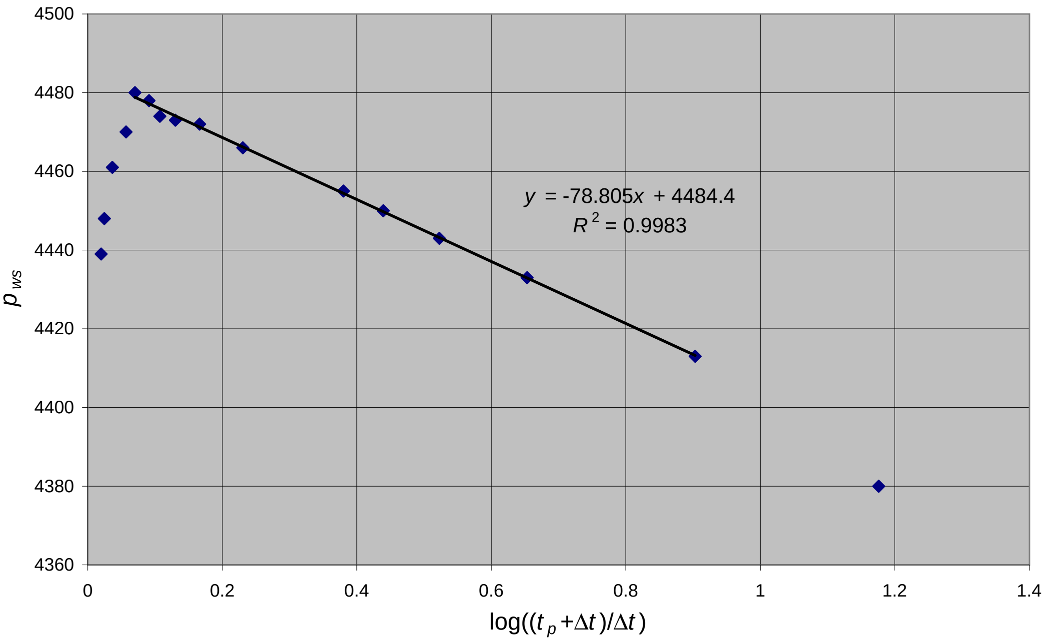
Oppgave 3

a) Total kompressibilitet c_t er gitt ved

$$c_t = S_o c_o + S_w c_w + c_f = 11.0\cdot 10^{-6}\ \mathrm{psi}^{-1},$$

$S_g = 0$.

b) Fra graf, figur 2: $p_i \approx p^* = 4485$ psia.



Figur 2: Hornerplott for brønn w1

c) Fra graf, figur 2, er $m = 78.8$ psi/dekade. Det gir

$$k_o = \frac{162.6 Q_o \mu_o B_o}{mh} = \frac{162.6 \cdot 120 \cdot 0.8 \cdot 1.15}{78.8 \cdot 30} = 7.6 \text{ md.}$$

e) (En må løse e) før d) siden ϕ trengs for å beregne S).
Setter inn kjente størrelser i ligning oppgitt i oppgaveteksten og får,

$$\begin{aligned}
4439 &= 4485 - 80 \cdot \log(\frac{70+1500}{1500}) \\
&\quad - \frac{80}{2.30}\left[\frac{190}{120}\,\mathrm{ei}\left(\phi\frac{0.8 \cdot 11 \cdot 10^{-6} \cdot 2500^2}{0.00105 \cdot 7.6 \cdot (100+1500)}\right)\right. \\
&\quad \left. + \frac{80}{120}\,\mathrm{ei}\left(\phi\frac{0.8 \cdot 11 \cdot 10^{-6} \cdot 1900^2}{0.00105 \cdot 7.6 \cdot (50+1500)}\right)\right], \text{ eller,} \\
1.28 &= 1.58\,\mathrm{ei}(4.38\phi) + 0.67\,\mathrm{ei}(2.61\phi).
\end{aligned}$$

Av dette kan vi lage tabell 2 som viser at $\phi = 0.13$.

ϕ	$1.58\,\mathrm{ei}(4.38\phi) + 0.67\,\mathrm{ei}(2.61\phi)$
0.10	1.69
0.20	0.78
0.15	1.12
0.14	1.21
0.13	1.31

Tabell 2: $1.58\,\mathrm{ei}(4.38\phi) + 0.67\,\mathrm{ei}(2.61\phi)$ som funksjon av ϕ

d)

$$\begin{aligned}
S &= 1.151\left(\frac{p_{ws(\mathrm{LIN-1hr})} - p_{wf,s}}{m} - \log\frac{(k/\mu)_t}{\phi c_t r_w^2} + 3.23\right) \\
&= 1.151\left(\frac{4338.5 - 4213}{78.8} - \log\frac{7.6}{0.13 \cdot 0.8 \cdot 11 \cdot 10^{-6} \cdot 0.276^2} + 3.23\right) \\
&= -3.6,
\end{aligned}$$

hvor $p_{ws(\mathrm{LIN-1hr})} = -78.8 * \log((70+1)/1) + 4484.4 = 4338.5$, se ligningen for den rette linjen i figur 2, og $(k/\mu)_t$ settes lik k_o/μ_o siden S_w er så lav som 0.20 og det ikke står oppført noen informasjon om vannproduksjon. Vi har altså en stimulert brønn.

Kommentar.

I oppgaveteksten står det at en skal anta at interferensen fra w2 og w3 er neglisjerbar i de tidlige trykkdata. Med denne antagelsen beregnes så permeabilitet, deretter porøsitet og så skinfaktor, se løsningen. Det mangler en sjekk av denne antagelsen, som innebærer at de to ei-funksjonene kan betraktes som konstante i begynnelsen av innstengingsperioden til w1.

Vi setter inn de beregnede verdier for k og ϕ samt andre størrelser i det oppgitte uttrykk for trykkløsningen,

$$\frac{(p^* - p_{ws})}{162.6\dfrac{Q_1 \mu B}{kh}} = \log(\frac{t_1 + \Delta t}{\Delta t}) + \frac{1}{\ln(10)}\left[\frac{Q_2}{Q_1}\,\mathrm{ei}(x_1) + \frac{Q_3}{Q_1}\,\mathrm{ei}(x_2)\right],$$

med

$$x_1 = \frac{\phi \mu c_t d_{12}^2}{0.00105 k t_2}, \quad x_2 = \frac{\phi \mu c_t d_{13}^2}{0.00105 k t_3},$$

og hvor d_{12} er avstanden mellom w1 og w2, d_{13} mellom w1 og w3, t_1 produksjonstiden til w1, t_2 til w2 og t_3 til w3. Da får en

$$\begin{aligned}
\text{V.S.} \;=\; & \log(\frac{70 + \Delta t}{\Delta t}) \\
& + \frac{1}{\ln(10)}\left[\frac{190}{120}\,\mathrm{ei}\left(0.13\frac{0.8 \cdot 11 \cdot 10^{-6} \cdot 2500^2}{0.00105 \cdot 7.48 \cdot (100 + \Delta t)}\right)\right. \\
& \left. + \frac{80}{120}\,\mathrm{ei}\left(0.13\frac{0.8 \cdot 11 \cdot 10^{-6} \cdot 1900^2}{0.00105 \cdot 7.48 \cdot (50 + \Delta t)}\right)\right].
\end{aligned}$$

Dersom vi nå plotter trykket p_{ws} mot hele høyre siden av denne ligningen, for samhørende verdier av p_{ws} og Δt så skal vi få en rett linje med stigningsforhold $162.6 Q_1 \mu B / kh$, som altså burde ha blitt lik 78.8 dersom antagelsen hadde vært god.

Ved direkte utregning vil en imidlertid se at begge ei-funksjonene endrer seg forholdsvis mye med Δt. Utføres plottet, så er det ikke så lett å finne noen klar lineær trend, men de rette linjer en kan legge har stigningsforhold som ligger rundt 0.08. Det betyr at permeabiliteten blir en faktor 10000 større, altså urealistisk. Dermed er det altså ikke noen god antagelse å anta at ei-funksjonene kan betraktes som konstante.

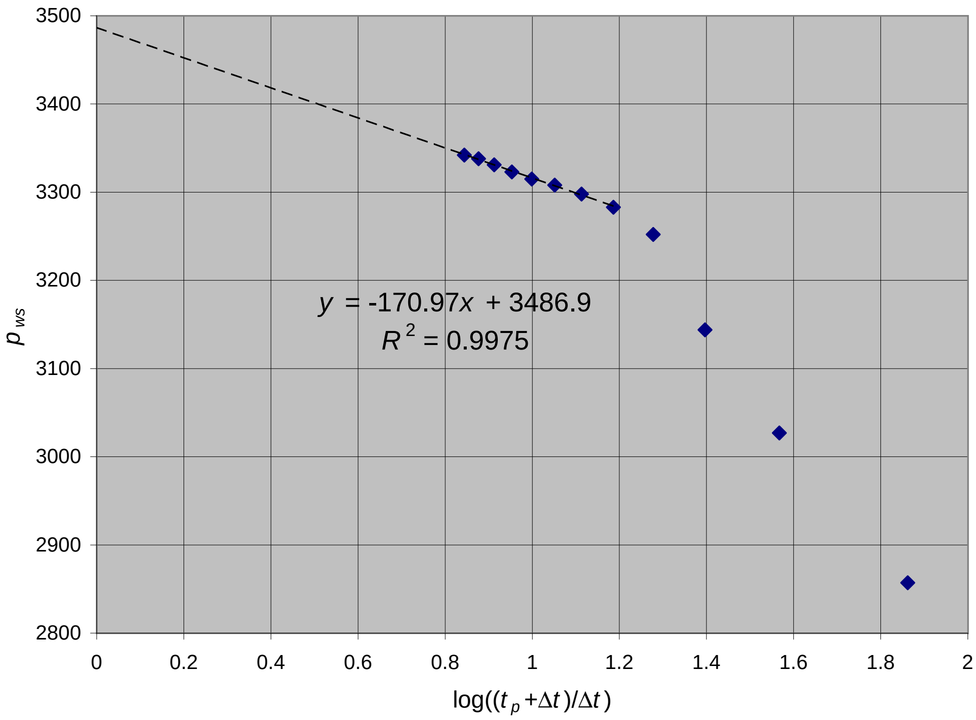
Dersom en ikke gjør antagelsen, så kan ikke k regnes ut uten videre, en kan dermed heller ikke finne ϕ, og uttrykket for skinfaktoren blir heller ikke så enkelt som angitt i løsningsforslaget. For å finne et uttrykk for skinfaktoren må vi sette opp hele løsningen før avstenging, inkludert ekstra trykkfall over den skadde sonen og så trekke fra ideell løsning etter avstenging, slik som det ble gjort i forelesningene for PBU-testen sitt vedkommende.

For å løse problemet uten å neglisjere ei-leddene så må vi tilpasse hele trykkligningen til datasettet. Denne trykkligningen har da både k og ϕ som parametre. Vi må lage oss en feilfunksjon, for eksempel sum av kvadratavikene mellom beregnet trykk (med antatte verdier for k og ϕ) og målt trykk, og så minimalisere feilen ved å variere k og ϕ. Dette er en egen "idrett" i numerisk matematikk. Det kalles for ikke-lineær optimalisering. I regnearket Excel er det en utmerket funksjon (et tillegg) som heter "Problemløser" eller "Solver" som utfører en slik minimalisering. Antagelig vil feilfunksjonen være mest følsom for variasjoner i k i de tidlige trykkdata og for ϕ i de seneste trykkdata.

Med k og ϕ bestemt, så kan en finne skinfaktor S som skissert ovenfor.

Oppgave 4

a) Fra plott i figur 3 ser en at $p_e \approx p_i \approx p^* = 3487$ psia. Det er brukt en produksjonstid $t_p = 1484/124 * 24$ timer.



Figur 3: Hornerplott tilhørende oppgave 4, øving 11

b) Fra plott i figur 3 ser en at $m = 171$ psi/dekade og dermed blir

$$k_o = \frac{162.6 \cdot 124 \cdot 3.2 \cdot 1.21}{171 \cdot 8.4} = 54 \text{ md.}$$

Oppgave 5

For å linearisere ligning 2 med pseudotrykket, så finner vi først et uttrykk for de deriverte,

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho}{\mu}\frac{\partial p}{\partial x}\right) = \frac{\phi}{k}\frac{\partial \rho}{\partial t}, \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

$$\frac{\partial m}{\partial x} = \frac{\partial m}{\partial p}\frac{\partial p}{\partial x} = 2\frac{p}{\mu z}\frac{\partial p}{\partial x},$$

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \frac{\partial m}{\partial p}\frac{\partial p}{\partial \rho}\frac{\partial \rho}{\partial t} = 2\frac{p}{\mu z}\frac{1}{c\rho}\frac{\partial \rho}{\partial t},$$

siden $c\rho = \partial\rho/\partial p$. Så setter vi inn i for $\frac{\partial p}{\partial x}$ og $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ i ligning 2 og får

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho}{\mu}\frac{\mu z}{2p}\frac{\partial m}{\partial x}\right) = \frac{\phi}{k}\frac{\mu z c p}{2p}\frac{\partial m}{\partial t}.$$

Bruker nå definisjonen $\rho = \frac{pM}{zRT}$ og forenkler og får oppgitt uttrykk.