

# ResTek1—Løsning Øving 3

## Oppgave 1

Bruker at totalraten  $q$  er summen av delratene inn i hvert lag,  $q = q_1 + q_2 + q_3$ , at totalhøyden er summen av laghøydene,  $h = h_1 + h_2 + h_3$ , og at tverrsnittsarealet på tvers av strømningsretningen er  $wh$ . Dessuten er trykkfallet  $\Delta P$  det samme over alle lagene, og lengden av alle lagene er den samme,  $\Delta L$ . Da har vi at

$$q = q_1 + q_2 + q_3,$$
$$\frac{\bar{k}wh\Delta p}{\mu\Delta L} = \frac{k_1wh_1\Delta p}{\mu\Delta L} + \frac{k_2wh_2\Delta p}{\mu\Delta L} + \frac{k_3wh_3\Delta p}{\mu\Delta L},$$
$$\bar{k}h = k_1h_1 + k_2h_2 + k_3h_3,$$

som generalisert gir oppgitt formel.

## Oppgave 2

$$\bar{k} = \frac{\sum_j k_j h_j}{\sum_j h_j} = (200 \cdot 2 + 150 \cdot 6 + 400 \cdot 4) / 12 = 242 \text{ md},$$

og med enhetene  $q$ : ft<sup>3</sup>/d,  $A$ : ft<sup>2</sup>,  $\mu$ : cp,  $k$ : D,  $p$ : psig,  $\Delta L$ : ft, er

$$q_b = \frac{3.1615 \cdot \bar{k}A(p_1^2 - p_2^2)}{\mu p_b \Delta L},$$

og dermed

$$q_b = \frac{3.1615 \cdot 0.242 \cdot 12 \cdot 200 \cdot (515^2 - 415^2)}{0.0185 \cdot 14.65 \cdot 400} = 1.58 \cdot 10^6 \text{ ft}^3/\text{d}.$$

## Oppgave 3

I dette tilfellet går samme raten gjennom hvert lag,  $q = q_1 = q_2 = q_3$  og det totale trykkfall  $\Delta p$  lik summen av trykkfallene over hvert lag,  $\Delta p = \Delta p_1 + \Delta p_2 + \Delta p_3$ . Dessuten er  $L = L_1 + L_2 + L_3$ . Da får vi at

$$\frac{q\mu L}{\bar{k}wh} = \frac{q_1\mu L_1}{k_1wh} + \frac{q_2\mu L_2}{k_2wh} + \frac{q_3\mu L_3}{k_3wh},$$

hvor  $wh$  er tverrsnittet som raten  $q$  strømmer gjennom og som er det samme for alle lagene, og

$$\bar{k} = \frac{\sum_i L_i}{\sum_i \frac{L_i}{k_i}},$$

som generalisert gir uttrykket i oppgavesettet.

#### Oppgave 4

$$\bar{k} = \frac{L}{\sum_j \frac{L_j}{k_j}} = \frac{500}{\frac{100}{100} + \frac{200}{50} + \frac{200}{200}} = \frac{500}{6} \text{ md,}$$

$$q = 0.0011271 \frac{\bar{k} A \Delta p}{\mu L} = 0.0011271 \frac{\frac{500}{6} 100 \cdot 50 (100 - 50)}{10 \cdot 500} = 4.7 \text{ bbl/d.}$$

#### Oppgave 5

$$q = \frac{2\pi \bar{k} h \Delta p}{\mu \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)},$$

$$q = q_1 = q_2 = \dots = q_n; \Delta p = \Delta p_1 + \Delta p_2 + \dots + \Delta p_n; r_n \equiv r_e; r_0 \equiv r_w,$$

$$\frac{q \mu \ln(r_e/r_w)}{\bar{k} h} = \frac{q_1 \mu \ln(r_1/r_0)}{k_1 h} + \frac{q_2 \mu \ln(r_2/r_1)}{k_2 h} + \dots + \frac{q_n \mu \ln(r_n/r_{n-1})}{k_n h},$$

$$\bar{k} = \frac{\ln(r_e/r_w)}{\sum_{j=1}^n \frac{\ln(r_j/r_{j-1})}{k_j}}.$$

#### Oppgave 6

$$q = 1.1271 \frac{2\pi \bar{k} h (p_e - p_w)}{\mu \ln(r_e/r_w)},$$

eller direkte med omregningsfaktoren  $1.1271 \cdot 2\pi = 7.082$ . Videre har vi

$$\bar{k} = \frac{\ln(r_e/r_w)}{\frac{\ln(r_e/r_1)}{k_2} + \frac{\ln(r_1/r_w)}{k_1}} = \frac{6.49}{0.017 + 0.060} = 83.88.$$

$$p_e = p_w + \frac{q \mu \ln(r_e/r_w)}{1.1271 \cdot 2\pi \bar{k} h} = 2000 + \frac{100 \cdot 5 \cdot \ln(330/0.5)}{1.1271 \cdot 2\pi \cdot 0.084 \cdot 20} = 2273 \text{ psia.}$$

Trykket ved radius  $r_1 = 10$  ft er

$$p(10 \text{ ft}) = p_w + \frac{100 \cdot 5 \cdot \ln(10/0.5)}{1.1271 \cdot 2\pi \cdot 0.05 \cdot 20} = 2000 + 212 = 2212 \text{ psia.}$$

## Kommentar: Skinfaktor $S$

I oppgave 6 har formasjonen en redusert permeabilitet på 50 md i de første 10 ft ut fra brønnen. Dette kan skyldes f.eks. invasjon av slam i formasjonen under boring. En sier at brønnen er skadet, i forhold til uberørt formasjon, som i eksempelet har permeabilitet på 200 md.

Graden av skade (positiv eller negativ, dvs. stimulering) angis ofte med en såkalt "skinfaktor" [skin: A usually thin, closely adhering outer layer: the skin of a peach; a sausage skin; the skin of an aircraft.]

Trykkfallet fra radius  $r$  inn mot en brønn er gitt ved (i Darcy-enheter):

$$\Delta p = \frac{q\mu}{2\pi kh} \ln \frac{r}{r_w},$$

med  $k$  lik permeabiliteten til uskadet formasjon. Dersom en brønn er skadet ut til en radius  $r_d$  med permeabilitet  $k_d$ , så defineres skinfaktoren  $S$  ved at

$$\Delta p_{\text{skin}} = S \frac{q\mu}{2\pi kh},$$

hvor  $\Delta p_{\text{skin}}$  er det ekstra trykkfallet som ligger over den skadete sone,

$$\Delta p_{\text{skin}} = \frac{q\mu}{2\pi h} \left[ \frac{\ln(r_d/r_w)}{k_d} - \frac{\ln(r_d/r_w)}{k} \right],$$

og altså

$$S = k \left[ \frac{\ln(r_d/r_w)}{k_d} - \frac{\ln(r_d/r_w)}{k} \right] = +9.0.$$

## Oppgave 7

Vi har Forchheimer's ligning

$$-\frac{dp}{dx} = \frac{\mu}{k}u + \beta\rho u^2,$$

og betingelsene (1) ideell gass,  $\rho/p = \rho_b/p_b = \bar{\rho}/\bar{p}$ ; (2) konstant masserate,  $\rho u = \rho_b u_b = \bar{\rho}\bar{u}$ ; og av disse to følger at (3)  $pu = p_b u_b = \bar{p}\bar{u}$ , hvor indeks  $b$  markerer et bestemt referansetrykk, basistrykk.

Poenget er nå å omforme  $\rho$  og  $u$  til konstanter før integrasjonen, siden de begge er funksjoner av trykket for gass. Multipliserer Forchheimer's ligning med  $\rho$ ,

$$-\rho \frac{dp}{dx} = \frac{\mu}{k}\rho u + \beta\rho^2 u^2,$$

$$-\frac{\rho_b}{p_b} p dp = \left( \frac{\mu}{k}\rho_b u_b + \beta\rho_b^2 u_b^2 \right) dx,$$

og integrert over  $\Delta L = x_2 - x_1$ ,

$$\frac{\rho_b}{p_b \Delta L} \frac{1}{2} (p_1^2 - p_2^2) = \frac{\mu}{k} \rho_b u_b + \beta \rho_b^2 u_b^2,$$

$$\frac{\rho_b \bar{p}}{p_b \Delta L} (p_1 - p_2) = \frac{\mu}{k} \bar{\rho} \bar{u} + \beta \bar{\rho}^2 \bar{u}^2,$$

$$\bar{\rho} \frac{p_1 - p_2}{\Delta L} = \frac{\mu}{k} \bar{\rho} \bar{u} + \beta \bar{\rho}^2 \bar{u}^2,$$

som gir oppgitt formel.

### **Kommentar: Midling av permeabiliteter**

En bør kanskje forvise seg om at uttrykkene for midling av permeabiliteter for lineær strøm i sedimentære lag, parallelt og i serie, og for radiell strøm gjennom lag i serie også er gyldige for gasstrøm.