

## Oppgave 1

a) Kapillartrykk er differansen i trykk mellom to faser på hver side av den infinitesimale overflaten som skiller fasene. Det følger av en minimalisering av energien i overflaten som igjen skyldes forskjell i intermolekylære krefter i fasene.

b) I SI-systemet:  $J$ : dimensjonløst kapillartrykk;  $S$ : metning, dimensjonsløs;  $p_c$  [Pa/m<sup>2</sup>]: kapillartrykk;  $\sigma$  [J/m<sup>2</sup>]: overflatespenning;  $\theta$ : kontaktvinkel;  $k$  [m<sup>2</sup>]: permeabilitet;  $\phi$ : porøsitet, dimensjonsløs.

En og samme  $J$ -funksjon kan brukes for geologisk lag med ulike egenskaper som angitt ovenfor dersom lagene tilhører samme geologiske facies. Det er derfor ikke nødvendig å måle kapillartrykkskurven for alle lagene.

c) Med primær drenering menes en prosess hvor vannmetningen minker fra 100%. Reservoarene har blitt dannet på denne måten, forestiller en seg.

Terskeltrykket er det overtrykk (kapillartrykk) som må til for at den ikke-fuktende fasen skal trenge inn i den største porekanalen, når det porøse mediet er 100% mettet med den fuktende fasen.

d) Poenget er å regne ut terskeltrykket til kappebergarten og omgjøre dette til en tilsvarende høyde av en oljekolonne i vann. Vi har da

$$\left[ p_d \sqrt{\frac{k}{\phi}} \right]_{\text{res}} = \left[ p_d \sqrt{\frac{k}{\phi}} \right]_{\text{kappe}},$$

og dermed at terskeltrykket for kappebergarten er

$$0.2 \cdot 10^5 \sqrt{\frac{100 \cdot 0.01}{0.2 \cdot 0.20}} = 10^5 \text{ Pa.}$$

Dette tilsvarer en oljekolonne på

$$\frac{0.8 \cdot 10^5}{(1050 - 850)9.80} = 40.8 \text{ m.}$$

Merk at starten på oljekolonnen er 0.2 bar over det frie vannivå i reservoaret siden terskeltrykket i reservoaret er på 0.2 bar.

## Oppgave 2

a)

$$\begin{aligned}\frac{dp}{dr} &= \frac{\mu}{k}u \\ \rho \frac{dp}{dr} &= \frac{\mu}{k}\rho u; \quad u = \frac{q}{2\pi r h}, \quad \rho q = \rho_{\text{std}}Q; \quad Q : \text{rate ved std forh.} \\ \frac{M}{ZRT}p \frac{dp}{dr} &= \frac{\mu}{k} \frac{1}{2\pi r h} (\rho_{\text{std}}Q)\end{aligned}$$

Integrert :

$$\begin{aligned}\frac{M}{2ZRT}(p^2(r) - p_w^2) &= \frac{\mu}{k} \frac{1}{2\pi h} \rho_{\text{std}}Q \ln\left(\frac{r}{r_w}\right) \\ \rho_{\text{std}} &= \frac{Mp_{\text{std}}}{RT_{\text{std}}}, \quad Z_{\text{std}} = 1.0 \\ p^2(r) - p_w^2 &= \frac{ZTp_{\text{std}}}{T_{\text{std}}} \frac{\mu}{\pi k h} \ln\left(\frac{r}{r_w}\right)Q.\end{aligned}$$

b) Vi skriver  $(p_e^2 - p_w^2) = (p_e^2 - p^2(r_s)) + (p^2(r_s) - p_w^2)$  og bruker formelen fra uttrykket ovenfor på de to delene og får

$$\begin{aligned}p_e^2 - p_w^2 &= \frac{ZTp_{\text{std}}}{T_{\text{std}}} \frac{\mu}{\pi h} Q \left[ \frac{\ln(r_e/r_s)}{k} + \frac{\ln(r_s/r_w)}{k_s} \right] \\ &= \frac{ZTp_{\text{std}}}{T_{\text{std}}} \frac{\mu}{\pi h} Q \left[ \frac{\ln r_e}{k} - \frac{\ln r_s}{k} + \frac{\ln r_s}{k_s} - \frac{\ln r_w}{k_s} + \frac{\ln r_w}{k} - \frac{\ln r_w}{k} \right] \\ &= \frac{ZTp_{\text{std}}}{T_{\text{std}}} \frac{\mu}{\pi h} Q \left[ \frac{\ln r_e - \ln r_w}{k} + \frac{\ln r_s}{k_s} - \frac{r_w}{k_s} + \frac{\ln r_w}{k} - \frac{\ln r_s}{k} \right] \\ &= \frac{ZTp_{\text{std}}}{T_{\text{std}}} \frac{\mu}{\pi h} Q \left[ \frac{\ln(r_e/r_w)}{k} + \frac{\ln(r_s/r_w)}{k_s} - \frac{\ln(r_s/r_w)}{k} \right] \\ &= \frac{ZTp_{\text{std}}}{T_{\text{std}}} \frac{\mu}{\pi h} Q \frac{1}{k} [\ln(r_e/r_w) + \ln(r_s/r_w)(k/k_s - 1)] \\ &= \frac{ZTp_{\text{std}}}{T_{\text{std}}} \frac{\mu}{\pi h} Q \frac{1}{k} \left[ \ln(r_e/r_w) + \frac{k - k_s}{k_s} \ln(r_s/r_w) \right],\end{aligned}$$

som skulle vises.

c)

$$(p_e^2 - p_w^2) \left[ \text{bar}^2 \cdot \left( \frac{\text{atm}}{\text{bar}} \right)^2 \frac{1}{1.01325^2} \right] =$$

$$\frac{ZT\mu \cdot 1}{288} \frac{1}{\pi k \left[ \frac{\text{D}}{\text{md}} 0.001 \right] h \left[ \frac{\text{m}}{\text{cm}} 100 \right]} \times \left[ \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right) + S \right] Q \frac{\text{m}^3 \left[ \frac{\text{cm}^3}{\text{m}^3} 10^6 \right]}{\text{d} \left[ \frac{\text{s}}{\text{d}} 60 \cdot 60 \cdot 24 \right]},$$

som utregnet gir

$$p_e^2 - p_w^2 = 0.131 \frac{\mu ZT}{kh} \left[ \ln \frac{r_e}{r_w} + S \right] Q.$$

### Oppgave 3

a) En foretar en tenkt ekspansjon av reservoaret fra initielt trykk  $p_i$  til lavere trykk  $p$  og regner ut økningen i volumene av olje, gass og vann. Produserte overflatevolum omgjøres til volum ved samme trykk  $p$ , og summen av ekspanderte volum settes så lik summen av produserte volum.

b)  $R_s = \Delta V_{ogs} / \Delta V_{oos}$ ;  $B_o = \Delta V_{or} / \Delta V_{oos}$ ;  $B_g = \Delta V_{gr} / \Delta V_{ggs}$ ;  $r_s = \Delta V_{gos} / \Delta V_{ggs}$ ;  $R = (\Delta V_{ggs} + \Delta V_{ogs}) / (\Delta V_{oos} + \Delta V_{gos})$ . Det er her antatt at det brukes samme volumenheter for alle volum.

c) Vi uttrykker overflatevolumene  $N_p$  og  $G_p$  ved reservoarvolumene  $V_{or}$  og  $V_{gr}$  samt volumfaktorer og får

$$\begin{aligned} N_p &= V_{gos} + V_{oos} = r_s V_{ggs} + V_{or} / B_o = r_s V_{gr} / B_g + V_{or} / B_o \\ G_p &= V_{ogs} + V_{ggs} = R_s V_{oos} + V_{gr} / B_g = R_s V_{or} / B_o + V_{gr} / B_g. \end{aligned}$$

Dette er to ligninger med to ukjente, som gir

$$V_{or} = \frac{N_p - r_s G_p}{1 - r_s R_s} B_o,$$

og

$$V_{gr} = \frac{G_p - R_s N_p}{1 - r_s R_s} B_g.$$

Ved summasjon får en oppgitt uttrykk.

d) Vi har at

ekspansjon av olje ned til trykk  $p$  er  $N(B_o - B_{oi})$  (rb), og at ekspansjon av oppløst gass er  $N(R_{si} - R_s)B_g$  (rb).

Dermed,

$$\frac{(N_p - r_s G_p) B_o + (G_p - R_s N_p) B_g}{1 - r_s R_s} = N(B_o - B_{oi}) + N(R_{si} - R_s) B_g.$$

e) Vi har

$$\begin{aligned} N &= \frac{(N_p - r_s G_p)B_o + (G_p - R_s N_p)B_g}{(1 - r_s R_s)[(B_o - B_{oi}) + (R_{si} - R_s)B_g]} \\ &= t/n \\ t &= (555.489 \cdot 10^6 - 28 \cdot 10^{-6} \cdot 2.076158 \cdot 10^{12})1.990 \\ &\quad + (2.076158 \cdot 10^{12} - 610 \cdot 555.489 \cdot 10^6)0.00083 \\ n &= (1 - 28 \cdot 10^{-6} \cdot 610)[(1.455 - 1.990) + (1550 - 610) \cdot 0.00083] \\ N &= t/n = 10 \text{ MMMstb.} \end{aligned}$$

## Oppgave 4

a) Trykkløsningen er summen av trykkfallet fra brønnen og fra en speilbrønn i avstand  $2d$  fra brønnen,

$$\begin{aligned} p_D &= \frac{1}{2} \text{ei}\left(\frac{1}{4t_D}\right) + \frac{1}{2} \text{ei}\left(\frac{(2d)^2}{4t_D \cdot r_w^2}\right) \\ &= \frac{1}{2} \text{ei}\left(\frac{1}{4t_D}\right) + \frac{1}{2} \text{ei}\left(\frac{d^2}{t_D \cdot r_w^2}\right). \end{aligned}$$

b) For små verdier av  $t$  kan vi bruke logarimetilnærmelsen på den første ei-funksjonen,

$$p_D = -\frac{1}{2} \ln\left(\frac{\gamma}{4t_D}\right) + \frac{1}{2} \text{ei}\left(\frac{d^2}{t_D r_w^2}\right),$$

og den siste ei-funksjonen er tilnærmet lik null for små verdier av  $t$ , se plottet av ei-funksjonen. Det vil si at  $p_D \propto 1/2 \ln t_D$ . For store verdier av  $t$  kan vi også bruke logarimetilnærmelsen på den andre ei-funksjonen og får

$$p_D = -\frac{1}{2} \ln\left(\frac{\gamma}{4t_D}\right) - \frac{1}{2} \ln\left(\frac{\gamma d^2}{t_D r_w^2}\right),$$

altså at  $p_D \propto \ln t_D$ , det vil si en dobling av stigningsforholdet for den rette linjen som fås ved å plote  $p_D$  mot  $t_D$ .

c) Vi setter de to rette linjene lik hverandre for å finne skjæringspunktet:

$$-\frac{1}{2} \ln\left(\frac{\gamma}{4t_D}\right) = -\frac{1}{2} \ln\left(\frac{\gamma}{4t_D}\right) - \frac{1}{2} \ln\left(\frac{\gamma d^2}{t_D r_w^2}\right),$$

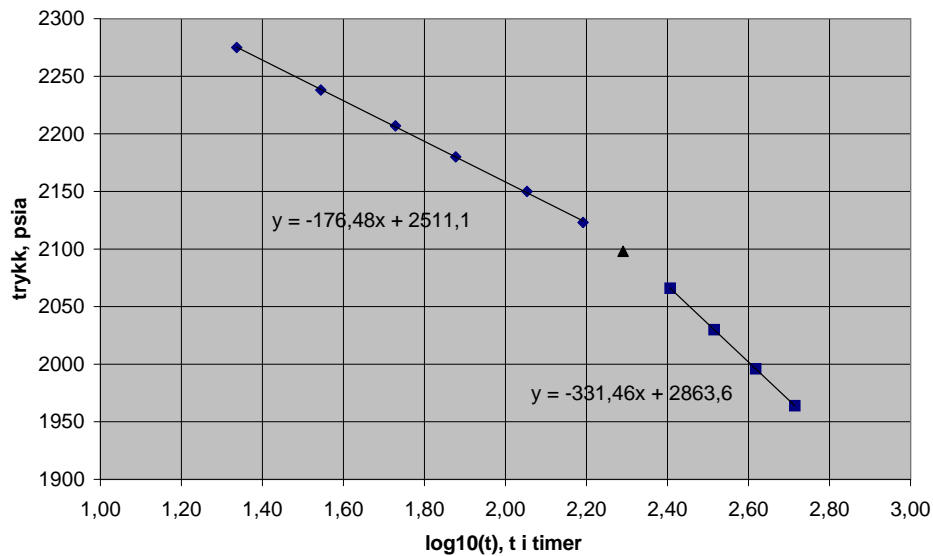
eller

$$\ln\left(\frac{\gamma d^2}{t_D r_w^2}\right) = 0,$$

$$\frac{\gamma d^2}{t_D r_w^2} = 1,$$

$$d^2 = \frac{t_x D r_w^2}{\gamma} = 0.000264 \frac{kt_x}{1.781 \mu c \phi},$$

$$d^2 = 1.48 \cdot 10^{-4} \frac{kt_x}{\phi \mu c}.$$



Figur 1: Trykket i brønnen i psia som funksjon av log10 til produksjonstiden, tiden i timer.

d) Fra plottet (1) ser vi at  $m = 176$  psi per dekode slik at

$$k_o = \frac{162.6 \cdot 65 \cdot 0.23 \cdot 1.33}{27 \cdot 176} = 0.68 \text{ md.}$$

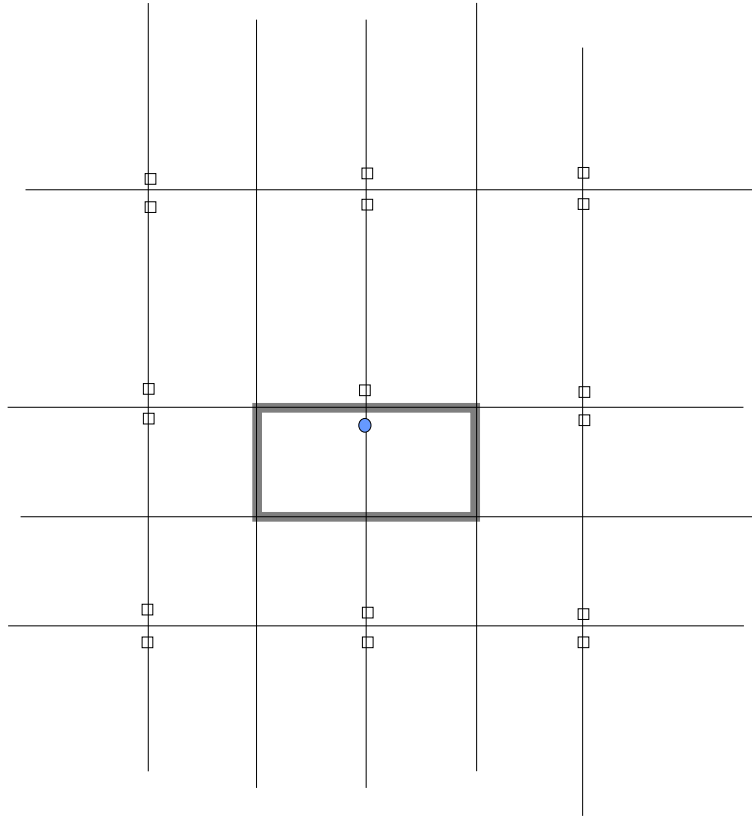
$$S = 1.151 \left( \frac{3383 - 2511}{176} - \log \frac{0.68}{0.13 \cdot 0.23 \cdot 16.1 \cdot 10^{-6} \cdot 0.33^2} + 3.23 \right) = 1.27.$$

Trykket etter en time, 2511 psia, er hentet fra plottet. Ved å sette ligningene for de to linjene i plottet lik hverandre finner vi at skjæringspunktet er gitt ved at  $\log(t_x) = 2.27$ ,  $t_x = 188$  timer. Dermed blir

$$d^2 = 1.48 \cdot 10^{-4} \frac{0.68 \cdot 188}{0.13 \cdot 0.23 \cdot 16.1 \cdot 10^{-6}}; \quad d = 195 \text{ ft,}$$

$$A = 8d \cdot 16d = 4.86 \cdot 10^6 \text{ ft}^2.$$

e) Trykkfallet blir, i tillegg til trykkfallet fra den produserende brønnen, en uendelig sum over speilbrønner, skissert med små firkanter i figur (2), i et utsnitt.



Figur 2: Utsnitt av brønnplassering av speilbrønner (firkanter) i planet for å modellere et lukket reservoar.

f) Fra figur (2) ser en at den nest-nærmeste speilbrønnen ligger i en avstand  $14d$  fra den produserende brønnen. Trykkfallet forårsaket av den nest-nærmeste speilbrønnen er

$$p_D(14d, t_D) = \frac{1}{2} \text{ei} \left( \frac{(14d)^2}{4t_D r_w^2} \right),$$

Ser på det siste datapunktet ved 518.1 timer og får ved bruk av praktiske enheter,

$$t_D = 0.000264 \frac{0.68 \cdot 518.1}{0.13 \cdot 0.23 \cdot 16.1 \cdot 10^{-6} \cdot 0.33^2} = 17.7 \cdot 10^6,$$

$$\Delta p = 70.6 \frac{Q\mu B}{kh} \operatorname{ei} \left( \frac{(7d)^2}{t_D r_w^2} \right) = 76.46 \operatorname{ei}(9.64) = 76.46 \cdot 5 \cdot 10^{-6} = 0.00038 \text{ psi},$$

altså neglisjerbart i forhold til trykkendringene som observeres.