

## Notat— $J$ -funksjonen

Som forklart i forelesningene er  $J$ -funksjonen et dimensjonsløst kapillartrykk og kurven  $J(S_w)$  en dimensjonsløs kapillartrykkskurve som med god tilnærming er den samme for alle sedimentære lag som kommer fra samme facies eller bergartsklasse. Dette ble vist av Leverett ved plottet sammen data fra flere reservoarer.

I kompendiet er  $J$ -funksjonen utledet ved dimensjonsanalyse. Den kan også argumenteres for på andre måter, slik som vist i forelesningene, og utdypet her.

Kapillartrykket  $p_c$ , for et rett rør med radius  $r$  er gitt ved  $p_c = 2\sigma \cos\theta/r$  hvor  $\sigma$  er overflatespenningen og  $\theta$  er kontaktvinkelen. I Øving 4, Oppgave 2, er det vist at et slikt rett rør tilsvarer et porøst medium med permeabilitet  $k$  gitt ved  $k/\phi = r^2/8$ . Dette vil si at en bunt med  $n$  rette rør, alle med samme radius  $r$ , representerer et porøst medium med tverrsnittsareal  $A = n\pi r^2/\phi$  og permeabilitet  $k = \phi r^2/8$ . Med samme trykkgradient  $dp/dx$  langs rørene som langs det tilsvarende porøse mediet, vil det i begge tilfeller strøomme samme volumrate  $q$ . En slik modellen av det porøse mediet kalles en "bundle-of-tubes model."

Setter vi inn  $r = \sqrt{8k/\phi}$  i uttrykket for kapillartrykket og ordner, så får vi  $p_c\sqrt{k/\phi}/\sigma \cos\theta = 1/\sqrt{2}$ . Dersom vi nå, som Leverett, definerer  $J$ -funksjonen ved  $J(S_w) = p_c(S_w)\sqrt{k/\phi}/\sigma \cos\theta$ , så har vi at  $J(S_w) = 1/\sqrt{2}$ , altså en konstant, uavhengig av metningen  $S_w$ . Dette er et rimelig resultat. Dersom rørene er vannfuktende og fylte med vann i starten, så vil olje trenge inn når kapillartrykket overstiger terskeltrykket  $p_D$ . Når oljen først er kommet inn i rørene og overflaten olje-vann danner kontaktvinkelen  $\theta$  med rørveggen, så vil oljen fortsette å fortrenge vannet innover i rørene, uten videre økning i kapillartrykket. Kapillartrykkskurven  $p_c(S_w)$  er dermed en rett linje med konstant verdi lik  $p_D$ , uavhengig av metningen. Altså, alle porøse medier som kan betraktes som et knippe av rette rør med samme radius, har samme konstante  $J$ -funksjon, lik tallet  $1/\sqrt{2}$ .

For et virkelig porøst medium vil porekanalene ikke være rette rør og de vil ha en størrelsesfordeling. Dersom vi starter med 100% vannmetning og klemmer olje inn i vannfuktende porekanaler, så vil, for vannfuktende rør, oljen først trenge inn i den største porekanalen, og deretter i mindre og mindre porekanaler etter hvert som kapillartrykket øker. Da er ikke  $J$ -funksjonen en konstant lenger, men øker når  $S_w$  øker. Leverett viste altså eksperimentelt at  $J$ -funksjonen er den samme innen samme geologiske facies.