ResTek1—Løsning Øving 10

Oppgave 1

Trykkløsningen er gitt ved

$$p_i - p(r,t) = \Delta p = \frac{q\mu}{4\pi kh}\,\mathrm{ei}\!\left(\frac{\phi\mu c r^2}{4kt}\right)$$

er i Darcy enheter. Omgjort til praktiske enheter, se løsning på oppgave 2, får vi

$$\Delta p = 70.6\frac{Q\mu B}{kh}\,\mathrm{ei}\!\left(\frac{\phi\mu c r^2}{0.00105kt}\right),$$

with

$$\begin{array}{rlrl} \Delta p: & \text{psi} & \mu: & \text{cp} \\ Q: & \text{stb/d} & c: & \text{1/psi} \\ B: & \text{rb/stb} & r: & \text{ft} \\ k: & \text{md} & t: & \text{timer.} \end{array}$$

a) Logaritmetilnærmelsen er gyldig dersom

$$y = \frac{\phi\mu c r_w^2}{0.00105kt} < 0.01,$$

$$t > \frac{\phi\mu c r_w^2}{0.00105k0.01} = \frac{0.3\times 3\times 10\times 10^{-6}\times 0.5^2}{0.00105\times 50\times 0.01} = 4.29\times 10^{-3}\ \text{timer},$$

eller $t > 15.4$ sekund.

b) Med $\ln$-tilnærmelsen,

$$\begin{aligned} \Delta p &= 70.6\frac{Q\mu B}{kh}\ln\left(\frac{0.00105kt}{\gamma\phi\mu c r_w^2}\right) \\ &= 70.6\frac{400\times 3\times 1.25}{50\times 30}\ln\left(\frac{0.00105\times 50\times 3}{1.781\times 0.3\times 3\times 10\times 10^{-6}\times 0.5^2}\right) \\ &= 747\ \text{psi.} \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}\Delta p &= 70.6\frac{Q\mu B}{kh}\,\mathrm{ei}\left(\frac{\phi\mu c r^2}{0.00105kt}\right),\\ 1 &= 70.6\frac{400\times 3\times 1.25}{50\times 30}\mathrm{ei}\left(\frac{0.3\times 3\times 10\times 10^{-6}\times 2000^2}{0.00105\times 50\times t}\right),\end{aligned}$$

eller $\mathrm{ei}(685.7/t) = 0.0142$. Fra graf, side 159 i bok av Dake, eller fra tabell i kompendiet, finner en at $\mathrm{ei}(x) = 0.014$ for $x = 2.9$. Det vil si at $685.7/t = 2.9$, og $t = 236$ timer.

Oppgave 2

Bruker følgende notasjon:

Δp_{12}: Trykkfall i w1 på grunn av at w2 produserer
Δp_{13}: Trykkfall i w1 på grunn av at w3 produserer
$\Delta p_1 = \Delta p_{12} + \Delta p_{13}$
Q_2: Overflaterate i w2
Q_3: Overflaterate i w3
r_{12}: Avstand mellom w1 og w2
r_{13}: Avstand mellom w1 og w3
t_2: Den tid Q_2 har stått på
t_3: Den tid Q_3 har stått på.

Fra linjekildeløsningen har vi

$$\begin{aligned}\Delta p_{12} &= \frac{Q_2 B_o \mu_o}{4\pi k_o h}\,\mathrm{ei}\left(\frac{\phi\mu_o c_t r_{12}^2}{4k_o t_2}\right),\\ \Delta p_{13} &= \frac{Q_3 B_o \mu_o}{4\pi k_o h}\,\mathrm{ei}\left(\frac{\phi\mu_o c_t r_{13}^2}{4k_o t_3}\right),\end{aligned}$$

og superposisjonsprinsippet gir $\Delta p_1 = \Delta p_{12} + \Delta p_{13}$, hvor Δp_1 er observert trykkfall i brønn w1. Uttrykkene er i Darcy enheter.

Vi velger å omgjøre uttrykkene til praktiske enheter siden størrelsene er oppgitt i dette enhetssettet. Alternativt kunne vi ha omgjort hver størrelse til Darcy enheter før innsetting i formlene ovenfor.

Omgjøring fra Darcy til praktiske enheter skjer etter oppskriften: Skriv opp hver størrelse i de nye (praktiske) sett av enheter og multipliser med en faktor som omgjør størrelsen til det gamle sett av enheter. For de aktuelle størrelsene kan dette skisseres slik, for uttrykket

$$\Delta p = \frac{Q\mu B}{4\pi kh}\,\mathrm{ei}\left(\frac{\phi\mu c r^2}{4kt}\right):$$

	Darcy enheter	Praktiske enheter
p	atm	psi
q	cm^3/s	bbl/d
k	D	md
r, h	cm	ft
c	1/atm	1/psi
t	s	hr

$$\Delta p: \ \text{psi}\ \frac{1}{14.696}(\frac{\text{atm}}{\text{psi}}) \quad h: \ \text{ft}\ 30.48\frac{\text{cm}}{\text{ft}} \quad c: \ 1/\text{psi}\ 14.696\frac{\text{psi}}{\text{atm}}$$

$$Q: \ \frac{\text{bbl}}{\text{day}}\frac{159\times 10^3\frac{\text{cm}^3}{\text{bbl}}}{60\times 60\times\frac{\text{s}}{\text{d}}} \quad k: \ \text{md}\ 0.001\frac{\text{d}}{\text{md}} \quad t: \ \text{hr}\ 60\times 60\frac{\text{s}}{\text{hr}},$$

og dermed får vi

$$\Delta p\frac{1}{14.696} = \frac{B\mu}{4\pi}\frac{Q\frac{159000}{60\times 60\times 24}}{h\,30.48\,k\,0.001}\,\text{ei}\left(\frac{\phi\mu}{4}\frac{c\,14.696\,r^2\,30.48^2}{k\,0.001\,t\,60\times 60}\right),$$

$$\Delta p = 70.6\frac{Q\mu B}{kh}\,\text{ei}\left(\frac{\phi\mu c r^2}{0.00105kt}\right).$$

Innsatt verdier i uttrykket for trykkfallet i w1, $\Delta p_1 = \Delta p_{12} + \Delta p_{13}$, gir,

$$\begin{aligned}\Delta p_1 &= 70.6\frac{190\ 1.5\ 1.15}{7.5\ 30}\,\text{ei}\left(\frac{\phi\ 1.15\ 11\cdot 10^{-6}\ 2000^2}{0.00105\ 7.5\ 1600}\right)\\ &\quad + 70.6\frac{80\ 1.5\ 1.15}{7.5\ 30}\,\text{ei}\left(\frac{\phi\ 1.15\ 11\cdot 10^{-6}\ 1900^2}{0.00105\ 7.5\ 1550}\right),\\ \Delta p_1 &= 78.84\ \text{ei}(4.02\phi) + 33.20\ \text{ei}(3.74\phi).\end{aligned}$$

Løsningen til denne ligningen kan finnes ved å sette opp en tabell:

ϕ	ei(4.02ϕ)	ei(3.74ϕ)	Δp
0.05	1.219	1.278	138.6
0.10	0.702	0.755	80.4
0.15	0.454	0.493	52.2
0.20	0.311	0.340	35.8
0.17	0.388	0.420	44.5

Siden det observerte trykkfall er 44 psi, er den midlere porøsitet mellom brønnene lik 0.17.

Oppgave 3

Kompressibiliteten c kan uttrykkes vi tettheten ρ på følgende måte,

$$\frac{\partial \rho}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial p}(\frac{M}{V}) = -\frac{M}{V^2}\frac{\partial V}{\partial p} = \frac{M}{V}c = \rho c,$$

hvor M er massen til volumet V. Ligningen $\partial\rho/\partial p = c\rho$ kan vi løse som en enkel differensialligning dersom vi antar at kompressibiliteten c er konstant. Løsningen er $\rho = \rho_1 \exp(c(p - p_1))$, hvor ρ_1 er tettheten ved et referansetrykk p_1. Dersom c i tillegg er liten slik at $c(p - p_1)$ også blir liten i forhold til tallet 1, og det er som regel tilfelle, kan vi bruke rekkeutviklingen, til første orden, $\exp(z) \approx 1 + z$ og får at $\rho \approx \rho_1(1 + c(p - p_1))$, og dermed at $\partial\rho/\partial x = \rho_1 c\, \partial p/\partial x$, og $\partial\rho/\partial t = \rho_1 c\, \partial p/\partial t$.

Vi ser nå på diffusivitetsligningen i en dimensjon,

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho\frac{\partial p}{\partial x}) = \frac{\phi\mu}{k}\frac{\partial \rho}{\partial t},$$

og bruker at

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho\frac{\partial p}{\partial x}) \approx \frac{1}{\rho_1 c}\frac{\partial}{\partial x}(\rho\frac{\partial \rho}{\partial x}) = \frac{1}{2\rho_1 c}\frac{\partial^2}{\partial x^2}(\rho^2),$$

$$\rho^2 = \rho_1^2 \exp(2c(p - p_1)) \approx \rho_1^2(1 + 2c(p - p_1)),$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(\rho^2) \approx 2c\rho_1^2\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}.$$

Innsatt gir dette

$$\frac{1}{2\rho_1 c}2\rho_1^2\frac{\partial^2 p}{\partial x} = \frac{\delta\mu c}{k}\rho_1\frac{\partial p}{\partial t},$$

og

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\phi\mu c}{k}\frac{\partial p}{\partial t}.$$

Dette uttrykket gjelder i en dimensjon og utvidelsen til tre dimensjoner er triviell dersom bergarten er homogen og isotrop.