

# ResTek1—Løsning Øving 11

## Oppgave 1

a) La  $L$  bety lengde,  $M$  masse,  $T$  tid i et hvilket som helst konsistent sett av enheter. Da er  $[k] = L^2$ ,  $[\mu] = M/LT$ ,  $[p] = (ML/T^2)/L^2 = M/LT^2$ ,  $[c] = LT^2/M$ , og da blir

$$t_D = \left[ \frac{kt}{\phi \mu c r_w^2} \right] = \frac{L^2 T}{(M/LT)(LT^2/M)L^2} = 1,$$

$$p_D = \left[ \frac{2\pi kh}{q\mu} (p_i - p_{wf}) \right] = \frac{L^2 L (M/LT^2)}{(L^3/T)(M/LT)} = 1,$$

altså er begge dimensjonsløse.

b)

$$t_D = \frac{kt}{\phi \mu c r_w^2} \rightarrow \frac{k[\text{md}] \frac{1}{1000} \left[ \frac{\text{D}}{\text{md}} \right] \times t[\text{hrs}] 3600 \left[ \frac{\text{sec}}{\text{hrs}} \right]}{\phi \mu c \left[ \frac{1}{\text{psi}} \right] 14.7 \left[ \frac{\text{psi}}{\text{atm}} \right] \times r_w^2 [\text{ft}^2] 30.48^2 \left[ \frac{\text{cm}^2}{\text{ft}^2} \right]},$$

$$t_D = 0.000264 \frac{kt}{\phi \mu c r_w^2}.$$

c)

$$p_D \Rightarrow \frac{2\pi k[\text{md}] \frac{1}{1000} \left[ \frac{\text{D}}{\text{md}} \right] \times h[\text{ft}] 30.48 \left[ \frac{\text{cm}}{\text{ft}} \right] \times (p_i - p_{wf})[\text{psi}] \frac{1}{14.7} \left[ \frac{\text{atm}}{\text{psi}} \right]}{Q[\text{stb/d}] B \left[ \frac{\text{rb/d}}{\text{stb/d}} \right] 1.84 \left[ \frac{\text{rcc/sec}}{\text{rb/d}} \right] \mu}$$

$$p_D(r_D, t_D) = 7.08 \times 10^{-3} \frac{kh}{Q\mu B} (p_i - p(r_D, t_D)).$$

Her er brukt notasjonen at  $Q$  er i stb/d og  $q$  er i rb/d, slik at  $q = QB$ . Dessuten betyr “rcc” “reservoir cubic centimeter” og “sec” “second.” I formler i trykktestanalyse vil en ofte se omregningsfaktoren 141.2 som er lik  $1/7.08 \times 10^{-3}$ .

**Kommentar 1.** Dersom en ser på trykket i brønnen så er  $r_D = 1$  og da skriver en ofte forenklet  $p_D(t_d)$  istedenfor  $p_D(1, t_D)$ .

**Kommentar 2.** Med dimensjonsløse variable blir diffusivitetstiligningen

$$\frac{1}{r} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi \mu c}{k} \frac{\partial p}{\partial t}$$

lik

$$\frac{1}{r_D} \left( r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right) = \frac{\partial p_D}{\partial t_D}$$

## Oppgave 2

Produksjonstiden  $t_p$  er gitt ved  $t_p = N_p/Q_o = 500/123 \times 24 = 97.6$  timer og dette gir tabell 1.

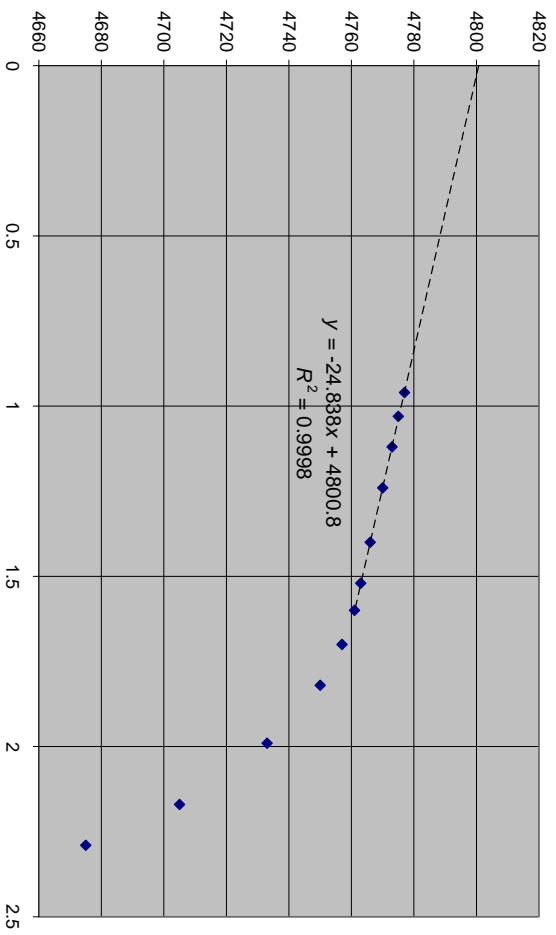
$\Delta t$ (hrs)	$\log \frac{t_p + \Delta t}{\Delta t}$	$p_{ws}$ psia
0.0		4506
0.5	2.29	4675
0.66	2.17	4705
1.0	1.99	4733
1.5	1.82	4750
2.0	1.70	4757
2.5	1.60	4761
3.0	1.52	4763
4.0	1.40	4766
6.0	1.24	4770
8.0	1.12	4773
10.0	1.03	4775
12.0	0.96	4777

Tabell 1: Trykkdata, oppgave 2;  $p_{wf,s} = 4506$  psia

a) Trykkdataene er plottet i figur1 i et lin-lin plott. De siste syv punktene ligger på en rett linje som ekstrapolert til  $\log(t_p + \Delta t)/\Delta t = 0$  gir  $p^* = 4801$  psia, og dersom reservoaret kan betraktes som uendelig, så er dette et estimat på initielt trykk  $p_i$ .

b) Stigningsforholdet for den lineære del av plottet er  $m = 24.8$  psi/dekade. Dermed blir den effektive permeabilitet til formasjonen gitt ved

$$k_o = \frac{162.6 Q_o \mu_o B_{oi}}{mh} = \frac{162.6 \cdot 123 \cdot 1 \cdot 1.22}{24.8 \cdot 20} = 49 \text{ md.} \quad \dots \dots \dots (1)$$



Figur 1 : Hornerplot, innstengingsstrykket  $p_{wis}$  som funksjon av  $\log(t_p + \Delta t) / \Delta t$

c) Skinfaktoren  $S$  er gitt ved

$$\begin{aligned} S &= 1.151 \left( \frac{p_{ws(\text{LIN}-1\text{hr})} - p_{wf}}{m} - \log \frac{k}{\phi \mu_o c r_w^2} + 3.23 \right) \\ &= 1.151 \left( \frac{4752 - 4506}{24.8} - \log \frac{49}{0.2 \cdot 1 \cdot 20 \cdot 10^{-6} \cdot 0.09} + 3.23 \right) \\ &= 6.0, \end{aligned}$$

hvor  $p_{ws(\text{LIN}-1\text{hr})} = 4752$  psia er lest av på den ekstrapolerte rette linje i Hornerplottet, en time etter avstenging.

d) Ekstra trykkfall  $\Delta p_{\text{skin}}$  over den skadde sone mens brønnen produserer, er gitt ved  $\Delta p_{\text{skin}} = Q_o \mu_o B_{oi} S / 2\pi kh$  atm,  $= 2mS / 2.303 = 0.87mS$  psi,  $= 128$  psi.

e) Under utledningen av Horner-uttrykket

$$p_{ws} = p_i - 162.6 \frac{Q\mu B}{kh} \log \frac{t_p + \Delta t}{\Delta t},$$

blir det forutsatt at linjekildeløsningen er gyldig for begge leddene i dette summerte, superponerte uttrykket, i.e., fortsatt produksjon fram til tid  $t_p + \Delta t$  og injeksjon med samme rate fram til tid  $\Delta t$ . Linjekildeløsningen gjelder mens brønnen er i "Infinite Acting" perioden, før reservoargrensen er merkes i trykkoppførselen til brønnen. Sålenge dette gjelder, vil trykket  $p_{ws}$  følge Horner-uttrykket og ekstrapoleres til  $p_i$  når  $\Delta t$  går mot null.

Vi sjekker derfor om den lengste testetiden,  $t_p + \Delta t$ , er slik at  $t_{DA} < 0.1$ . Inntil da vil brønnen, som er antatt å være i senter av et sirkulært dreneringsareal, ha en trykkoppførsel som om den var i et uendelig reservoar. Det minste tillatte areal,  $A_{\text{min}}$ , blir for dette tilfellet, i praktiske enheter,

$$A_{\text{min}} = \frac{0.000264kt}{0.1\phi\mu c} = \frac{0.000264 \cdot 50 \cdot (97.6 + 12.0)}{0.1 \cdot 0.2 \cdot 1 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} / 43560 = 83 \text{ acres},$$

siden 1 acre er lik 43560 ft<sup>2</sup>. Dette arealet er mindre enn estimert dreneringsareal på 300 acres. Antagelsen om at  $p^* = p_i$  er derfor rimelig.

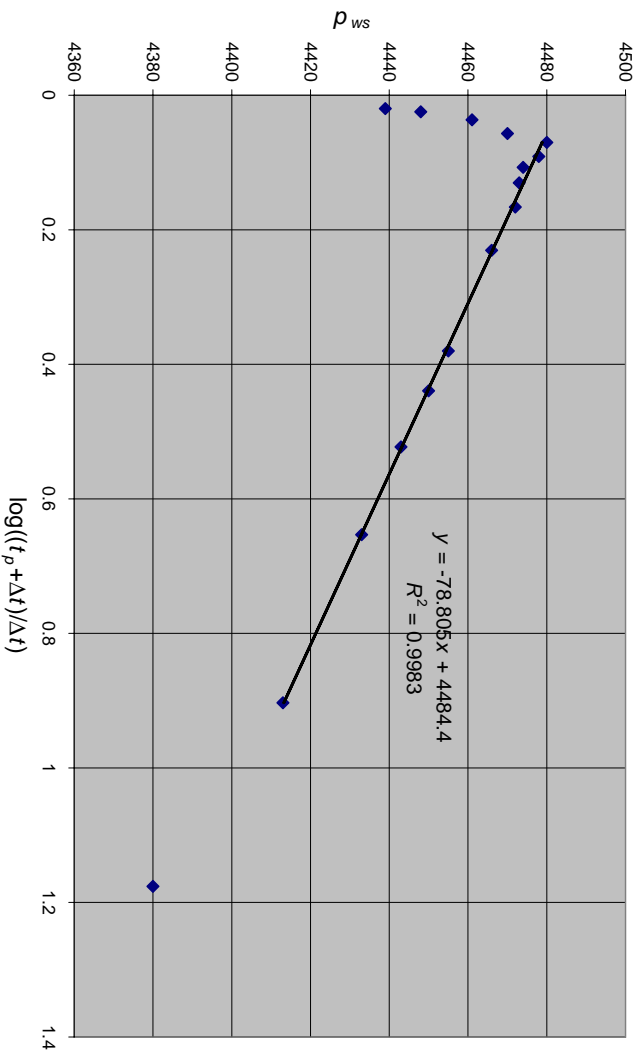
### Oppgave 3

a) Total kompressibilitet  $c_t$  er gitt ved

$$c_t = S_o c_o + S_w c_w + c_f = 11.0 \cdot 10^{-6} \text{ psi}^{-1},$$

$$S_g = 0.$$

b) Fra graf, figur 2:  $p_i \approx p^* = 4485$  psia.



Figur 2: Horneploott for brønn w1

c) Fra graf, figur 2, er  $m = 78.8$  psi/dekade. Det gir

$$k_o = \frac{162.6 Q_o \mu_o B_o}{mh} = \frac{162.6 \cdot 120 \cdot 0.8 \cdot 1.15}{78.8 \cdot 30} = 7.6 \text{ md.}$$

e) (En må løse e) før d) siden  $\phi$  trengs for å beregne  $S$ ).

Setter inn kjente størrelser i ligning oppgitt i oppgaveteksten og får,

$$\begin{aligned} 4439 &= 4485 - 80 \cdot \log\left(\frac{70 + 1500}{1500}\right) \\ &\quad - \frac{80}{2.30} \left[ \frac{190}{120} \text{ei}\left(\phi \frac{0.8 \cdot 11 \cdot 10^{-6} \cdot 2500^2}{0.00105 \cdot 7.6 \cdot (100 + 1500)}\right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{80}{120} \text{ei}\left(\phi \frac{0.8 \cdot 11 \cdot 10^{-6} \cdot 1900^2}{0.00105 \cdot 7.6 \cdot (50 + 1500)}\right) \right], \text{ eller,} \\ 1.28 &= 1.58 \text{ei}(4.38\phi) + 0.67 \text{ei}(2.61\phi). \end{aligned}$$

Av dette kan vi lage tabell 2 som viser at  $\phi = 0.13$ .

$\phi$	$1.58 \text{ei}(4.38\phi) + 0.67 \text{ei}(2.61\phi)$
0.10	1.69
0.20	0.78
0.15	1.12
0.14	1.21
0.13	1.31

Tabell 2:  $1.58 \text{ei}(4.38\phi) + 0.67 \text{ei}(2.61\phi)$  som funksjon av  $\phi$

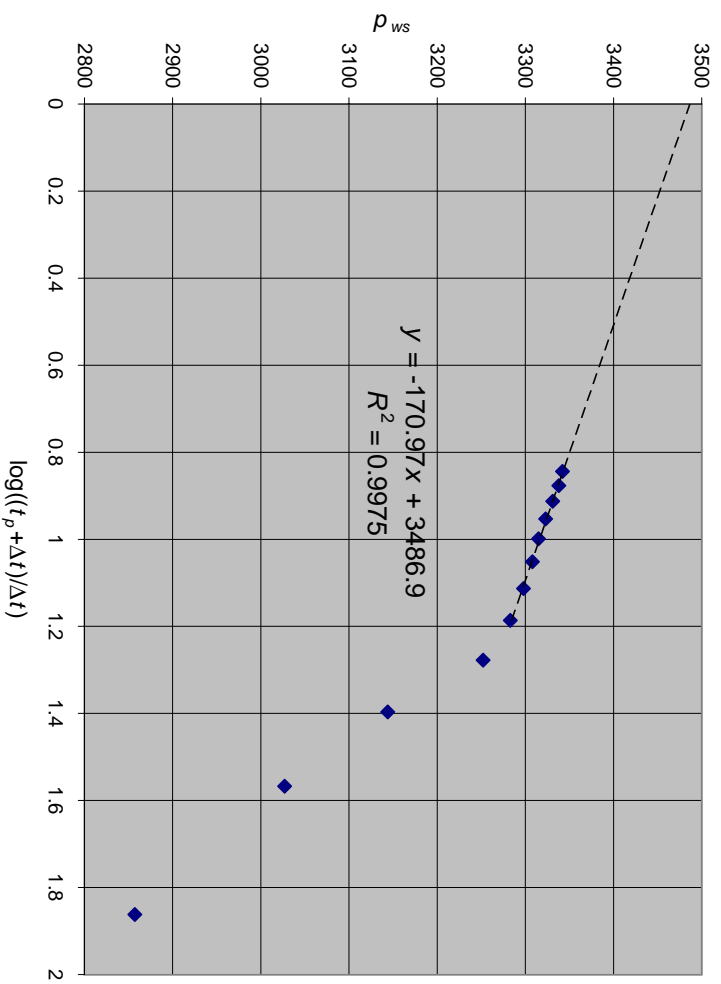
d)

$$\begin{aligned} S &= 1.151 \left( \frac{P_{ws(\text{LIN-1hr})} - P_{wf,s}}{m} - \log \frac{(k/\mu)_t}{\phi c_t r_w^2} + 3.23 \right) \\ &= 1.151 \left( \frac{4338.5 - 4213}{78.8} - \log \frac{7.6}{0.13 \cdot 0.8 \cdot 11 \cdot 10^{-6} \cdot 0.276^2} + 3.23 \right) \\ &= -3.6, \end{aligned}$$

hvor  $P_{ws(\text{LIN-1hr})} = -78.8 * \log((70 + 1)/1) + 4484.4 = 4338.5$ , se ligningen for den rette linjen i figur 2, og  $(k/\mu)_t$  settes lik  $k_o/\mu_o$  siden  $S_w$  er så lav som 0.20 og det ikke står oppført noen informasjon om vannproduksjon. Vi har altså en stimulert brønn.

## Oppgave 4

a) Fra plott i figur 3 ser en at  $p_e \approx p_i \approx p^* = 3487$  psia. Det er brukt en produksjonstid  $t_p = 1484/124 * 24$  timer.



Figur 3: Hornerplott tilhørende oppgave 4, øving 11

b) Fra plott i figur 3 ser en at  $m = 171$  psi/dekade og dermed blir

$$k_o = \frac{162.6 \cdot 124 \cdot 3.2 \cdot 1.21}{171 \cdot 8.4} = 54 \text{ md.}$$

### Oppgave 5

For å linearisere ligning 2 med pseudotrykket, så finner vi først et uttrykk for de deriverte,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\rho}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \frac{\phi}{k} \frac{\partial \rho}{\partial t}, \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$\frac{\partial m}{\partial x} = \frac{\partial m}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial x} = 2 \frac{p}{\mu z} \frac{\partial p}{\partial x},$$

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \frac{\partial m}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} = 2 \frac{p}{\mu z} \frac{1}{c\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t},$$

siden  $c\rho = \partial\rho/\partial p$ . Så setter vi inn i for  $\frac{\partial p}{\partial x}$  og  $\frac{\partial \rho}{\partial t}$  i ligning 2 og får

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\rho}{\mu} \frac{\mu z}{2p} \frac{\partial m}{\partial x} \right) = \frac{\phi}{k} \frac{\mu z c p}{2p} \frac{\partial m}{\partial t}.$$

Bruker nå definisjonen  $\rho = \frac{pM}{zRT}$  og forenkler og får oppgitt uttrykk.