ResTek1—Løsning Øving 2

Oppgave 1, (opg1-k-s79)

En atmosfære er lik 14.696 lb_f/in^2 hvor lb_f er "pund-kraft" i motsetning til lb_m som er "pund-masse." Samme enhet, "pund" brukes altså både om kraft og masse og en indeks må til for å skille. [Det samme kan en fremdeles støte på med enheten "kg" på norsk.] Forkortelsen "in" står for "inches." Et lb_m er lik 0.4536 kg og et lb_f er lik $0.4536 \times 10^3 \times 980$ dyn. En dyn er lik 1 g$\cdot$ cm/s^2, kraftenheten i cgs-systemet, og tyngdens akselerasjon er satt til 980 cm/s^2. Dessuten er en tomme (inch) nøyaktig lik 2.54 cm. Da får vi at

$$1 \text{ atm} \sim \frac{14.696 \times 0.4536 \times 10^3 \times 980}{2.54^2} = 1.013 \times 10^6 \text{dyn/cm}^2.$$

Oppgave 2, (opg2-k-s79)

$$q \frac{[\text{bbl}]159 \cdot 10^3 \dfrac{[\text{cm}^3]}{[\text{bbl}]}}{[\text{day}]86400 \dfrac{[\text{sec}]}{[\text{day}]}} \quad \rightarrow \quad \frac{k[\text{md}]10^{-3} \dfrac{[\text{D}]}{[\text{md}]}}{\mu} \frac{A[\text{ft}^2]9.2903 \cdot 10^2 \dfrac{[\text{cm}^2]}{[\text{ft}^2]}}{L[\text{ft}]30.48 \dfrac{[\text{cm}]}{[\text{ft}]}} \times$$
$$\Delta p[\text{psi}] \cdot 6.8046 \cdot 10^{-2} \frac{[\text{atm}]}{[\text{psi}]},$$

som ordnet gir

$$q = 0.001127 \frac{k}{\mu} \frac{A \Delta p}{L}.$$

Oppgave 3, (opg4-k-s79)

Vi starter med Darcy's lov (i Darcy enheter) på generell form,

$$u_s = -\frac{k}{\mu} \left(\frac{dp}{ds} + \frac{\rho g}{1.0133 \cdot 10^6} \frac{dz}{ds} \right),$$

hvor s avstanden målt langs en valgt strømretning, alltid positiv, og z er høydenivå. For horisontal, radiell strøm inn mot en brønn er $dz/ds = 0$, og $ds = dr$, hvor r er radius. Videre er $u_r = q/A$, hvor tverrsnittsarealet A er gitt ved $A = 2\pi rh$, og q er den konstante raten ved stasjonære forhold. Da har vi

$$\frac{q}{2\pi h} \int_{r_w}^{r_e} \frac{dr}{r} = -\frac{k}{\mu} \int_{p_w}^{p_e} dp,$$

og siden $\int (dr/r) = \ln r$ pluss en konstant, så får vi, innsatt grenser,

$$q = -\frac{2\pi kh(p_e - p_w)}{\mu \ln(r_e/r_w)}.$$

Vi ser at om $p_e > p_w$ så vil q bli et negativt tall. Dette er vanlig i anvendt matematikk, at et kildeledd er et negativt tall dersom det tas ut masse og et positivt tall dersom det sendes inn masse. I reservoarteknikk oppgir en likevel som oftest produksjonsrater som positive tall og bruker uttrykket ovenfor uten det negative fortegnet. Dette er selvfølgelig greitt sålenge det ikke fører til misforståelser.

For ideell gass kan vi ikke anta inkompressibilitet men bruker at (1) $q_b\rho_b = q\rho$, masseraten er konstant, og (2) $p/\rho = p_b/\rho_b$ fra ideell gasslov. Ellers blir utledningen helt tilsvarende som for inkompressibel væske, og vi får (når vi neglisjerer fortegnet),

$$q_b = \frac{\pi kh(p_e^2 - p_w^2)}{\mu p_b \ln(r_e/r_w)},$$

hvor indeks b angir basisforhold, gitt av valgte verdier for trykk og temperatur.

Oppgave 4, (eks-k-s49)

Darcy's lov gir

$$u = -\frac{k}{\mu}\frac{\Delta p}{\Delta L},$$

eller

$$k = \frac{u\mu\Delta L}{\Delta p},$$

og siden 1cp $= 0.01$ dyn·sek/cm^2 blir $k =$ (cm/sek 0.01 dyn/sek^2 cm)/(1.0133·10^6 dyn/cm^2 $= 9.86910^{-9}$ cm^2. Det vil si at 1 Darcy tilsvarer 9.86910^{-9} cm^2.

Poiseuille's lov for rette rør lyder

$$v = \frac{d^2}{32}\frac{\Delta p}{\mu\Delta L},$$

med v lik midlere hastighet i røret. [Inne i et rett rør er det tilnærmet en parabolsk hastighetsfordeling med størst hastighet i midten og null hastighet ved veggen.]

Darcy-hastigheten u er lik volumraten q delt på totaltverrsnittet A, som er satt sammen av både åpne porekanaler og fast matrise. Hastigheten v i Poiseuille's ligning er volumraten som strømmer i røret delt på hele (det åpne) tverrsnittet av røret, altså midlere hastighet i røret.

Dersom porekanalene kan betraktes som rette rør med samme radius r, så vil et volum fluid qt injisert i tiden t ha kommet en lengde $\Delta L = vt$ inn i rørene og da fylle et porevolum $V_p = (A \cdot vt)\phi$. Bruker vi istedenfor Darcy-hastigheten, så får vi at samme porevolum blir $V_p = qt = uAt$. Dermed blir $v = u/\phi$ og dermed følger at k/ϕ kan tilnærmes med $r^2/8$.

Hastigheten v er den hastigheten som et fluidelement beveger seg framover med inne i et porøst medium og kalles for "interstitial velocity" eller kanskje "porehastigheten" på norsk [*interstice:* A space, especially a small or narrow one, between things or parts]. Hastigheten u kalles "superficial" eller Darcy-hastighet [*superficial:* Apparent rather than actual or substantial: a superficial resemblance]. En videre diskusjon av dette kan finnes i boken til Larry Lake: "Enhanced Oil Recovery," avsnitt 3.1.

Tilnærmet har vi da at $k/\phi \sim d^2/32 = r^2/8$, med r i cm. En porekanal med radius r vil da tilsvare en permeabilitet k gitt ved

$$k[\text{md}] = \phi \frac{r^2[\text{cm}^2] \cdot 10^3}{8 \cdot 9.869 \cdot 10^{-9}},$$

eller $k[\text{md}] = 12.5 \cdot 10^9 \phi r^2[\text{cm}^2]$.

For N_2-gass er midlere fri veglengde $\lambda_g = 0.062810^{-4}$ cm ved 1 atm og 15 °C. Klinkenbergeffekten opptrer når $\lambda_g \sim r$, radius av porekanal. Innsatt gir dette $k = 0.5\phi$ md. Dette er kun en overslagsberegning av størrelsesordenen på den permeabilitet som gir Klinkenbergeffekt.

Oppgave 5 (opg6-k-s80)

Først kan en bruke følgende uttrykk i Darcy-enheter,

$$k = \frac{2q_b\mu\Delta L p_b}{A(p_1^2 - p_2^2)}.$$

Med $p_1 = (55 + 13)/14.65 = 4.64$ atm, $p_2 = (20 + 13)/14.65 = 2.25$ atm, $q_b = 75$ cm^3/s, $L = 7.62$ cm, $\mu = 0.0185$ cp, $A = 11.4$ cm^2, får en

$$k = \frac{2 \times 75 \times 0.0185 \times 7.62 \times 1}{11.4 \times 16.46} = 0.113 \text{ D}.$$

Deretter kan en bruke

$$k = \frac{\overline{q}\mu\Delta L}{A(p_1 - p_2)},$$

som med $\overline{q} = (2p_b q_b)/(p_1 + p_2) = 21.77$ cm^3/s gir

$$k = \frac{21.77 \times 0.0185 \times 7.62}{11.4 \times 2.39} = 0.113 \text{ D}.$$

Oppgave 6 (opg7-k-s80)

Darcy's lov for radielt system,

$$q = 7.082 \frac{kh(p_e - p_w)}{\mu \ln(r_e/r_w)},$$

med enhetene q: bbl/d, k: D, h: ft, p: psi, μ: cp, r: ft. Videre er 1 acre lik 43560 ft^2, $\pi r_e^2 = 20 \times 43560$ gir $r_e = 526.6$ ft og $r_w = 6$ in eller 0.5 ft. [Med dreneringsareal menes her det horisontale areal som brønnen drenerer reservoaret fra. Dreneringsareal multiplisert med høyden h gir dreneringsvolumet].

a)

$$p_w = p_e - \frac{q\mu \ln(r_e/r_w)}{7.082kh},$$

$$p_w = 5000 - \frac{175 \times 5 \times \ln(526.6/0.5)}{7.082 \times 0.075 \times 10} = 3853.5 \text{ psia}.$$

Det totale trykkfall Δp_{tot} blir da $5000 - 3853.5 = 1146.5$ psia.

b)

$$p(r = 5') = p_w + \frac{175 \times 5 \times \ln(5/0.5)}{7.082 \times 0.075 \times 10} = 4232.8 \text{ psia}.$$

Trykkfallet ut til 5 ft fra brønnen blir $\Delta p_5 = 4232.8 - 3853.5 = 379.3$ psia. Dette utgjør 33% av det totale trykkfall Δp_{tot}. Produktiviteten til en brønn vil derfor avhenge sterkt av eventuell formasjonsskade (f.eks. av boreslam) rundt brønnen.