ResTek1—Løsning Øving 3

Oppgave 1

Bruker at totalraten q er summen av delratene inn i hvert lag, $q = q_1 + q_2 + q_3$, at totalhøyden er summen av laghøydene, $h = h_1 + h_2 + h_3$, og at tverrsnittsarealet på tvers av strømningsretningen er wh. Dessuten er trykkfallet ΔP det samme over alle lagene, og lengden av alle lagene er den samme, ΔL. Da har vi at

$$
\begin{aligned}
&q = q_1 + q_2 + q_3,\\
&\frac{\bar{k}wh\Delta p}{\mu\Delta L} = \frac{k_1 w h_1 \Delta p}{\mu\Delta L} + \frac{k_2 w h_2 \Delta p}{\mu\Delta L} + \frac{k_3 w h_3 \Delta p}{\mu\Delta L},\\
&\bar{k}h = k_1h_1 + k_2h_2 + k_3h_3,
\end{aligned}
$$

som generalisert gir oppgitt formel.

Oppgave 2

$$\bar{k} = \sum_j k_j h_j / \sum_j h_j = (200 \cdot 2 + 150 \cdot 6 + 400 \cdot 4)/12 = 242 \text{ md},$$

og med enhetene q: ft^3/d, A: ft^2, μ: cp, k: D, p: psig, ΔL: ft, er

$$q_b = \frac{3.1615 \cdot \bar{k}A(p_1^2 - p_2^2)}{\mu p_b \Delta L},$$

og dermed

$$q_b = \frac{3.1615 \cdot 0.242 \cdot 12 \cdot 200 \cdot (515^2 - 415^2)}{0.0185 \cdot 14.65 \cdot 400} = 1.58 \cdot 10^6 \text{ ft}^3/\text{d}.$$

Oppgave 3

I dette tilfellet går samme raten gjennom hvert lag, $q = q_1 = q_2 = q_3$ og det totale trykkfall Δp lik summen av trykkfallene over hvert lag, $\Delta p = \Delta p_1 + \Delta p_2 + \Delta p_3$. Dessuten er $L = L_1 + L_2 + L_3$. Da får vi at

$$\frac{q\mu L}{\bar{k}wh} = \frac{q_1\mu L_1}{k_1 wh} + \frac{q_2 \mu L_2}{k_2 wh} + \frac{q_3 \mu L_2}{k_3 wh},$$

hvor wh er tverrsnittet som raten q strømmer gjennom og som er det samme for alle lagene, og

$$\bar{k} = \frac{\sum_i L_i}{\sum_i \frac{L_i}{k_i}},$$

som generalisert gir uttrykket i oppgavesettet.

Oppgave 4

$$\bar{k} = \frac{L}{\sum_j \frac{L_j}{k_j}} = \frac{500}{\frac{100}{100} + \frac{200}{50} + \frac{200}{200}} = \frac{500}{6} \text{ md},$$

$$q = 0.0011271 \frac{\bar{k} A \Delta p}{\mu L} = 0.0011271 \frac{\frac{500}{6} 100 \cdot 50(100 - 50)}{10 \cdot 500} = 4.7 \text{ bbl/d}.$$

Oppgave 5

$$q = \frac{2\pi \bar{k} h \Delta p}{\mu \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right)},$$

$$q = q_1 = q_2 = \cdots = q_n; \ \Delta p = \Delta p_1 + \Delta p_2 + \cdots + \Delta p_n; \ r_n \equiv r_e; \ r_0 \equiv r_w,$$

$$\frac{q\mu \ln(r_e/r_w)}{\bar{k} h} = \frac{q_1 \mu \ln(r_1/r_0)}{k_1 h} + \frac{q_2 \mu \ln(r_2/r_1)}{k_2 h} + \cdots + \frac{q_n \mu \ln(r_n/r_{n-1})}{k_n h},$$

$$\bar{k} = \frac{\ln(r_e/r_w)}{\sum_{j=1}^{n} \frac{\ln(r_j/r_{j-1})}{k_j}}.$$

Oppgave 6

$$q = 1.1271 \frac{2\pi \bar{k} h (p_e - p_w)}{\mu \ln(r_e - r_w)},$$

eller direkte med omregningsfaktoren $1.1271 \cdot 2\pi = 7.082$. Videre har vi

$$\bar{k} = \frac{\ln(r_e/r_w)}{\frac{\ln(r_e/r_1)}{k_2} + \frac{\ln(r_1/r_w)}{k_1}} = \frac{6.49}{0.017 + 0.060} = 83.88.$$

$$p_e = p_w + \frac{q\mu \ln(r_e/r_w)}{1.1271 \cdot 2\pi \bar{k} h} = 2000 + \frac{100 \cdot 5 \cdot \ln(330/0.5)}{1.1271 \cdot 2\pi \cdot 0.084 \cdot 20} = 2273 \text{ psia}.$$

Trykket ved radius $r_1 = 10$ ft er

$$p(10 \text{ ft}) = p_w + \frac{100 \cdot 5 \cdot \ln(10/0.5)}{1.1271 \cdot 2\pi \cdot 0.05 \cdot 20} = 2000 + 212 = 2212 \text{ psia}.$$

Kommentar: Skinfaktor S

I oppgave 6 har formasjonen en redusert permeabilitet på 50 md i de første 10 ft ut fra brønnen. Dette kan skyldes f.eks. invasjon av slam i formasjonen under boring. En sier at brønnen er skadet, i forhold til uberørt formasjon, som i eksempelet har permeabilitet på 200 md.

Graden av skade (positiv eller negativ, dvs. stimulering) angis ofte med en såkalt "skinfaktor" [skin: A usually thin, closely adhering outer layer: the skin of a peach; a sausage skin; the skin of an aircraft.]

Trykkfallet fra radius r inn mot en brønn er gitt ved (i Darcy-enheter):

$$\Delta p = \frac{q\mu}{2\pi k h} \ln \frac{r}{r_w},$$

med k lik permeabiliteten til uskadet formasjon. Dersom en brønn er skadet ut til en radius r_d med permeabilitet k_d, så defineres skinfaktoren S ved at

$$\Delta p_{\text{skin}} = S \frac{q\mu}{2\pi k h},$$

hvor Δp_{skin} er det ekstra trykkfallet som ligger over den skadete sone,

$$\Delta p_{\text{skin}} = \frac{q\mu}{2\pi h} \left[\frac{\ln(r_d/r_w)}{k_d} - \frac{\ln(r_d/r_w)}{k} \right],$$

og altså

$$S = k \left[\frac{\ln(r_d/r_w)}{k_d} - \frac{\ln(r_d/r_w)}{k} \right] = +9.0.$$

Oppgave 7

Vi har Forchheimer's ligning

$$-\frac{dp}{dx} = \frac{\mu}{k} u + \beta \rho u^2,$$

og betingelsene (1) ideell gass, $\rho/p = \rho_b/p_b = \bar{\rho}/\bar{p}$; (2) konstant masserate, $\rho u = \rho_b u_b = \bar{\rho}\bar{u}$; og av disse to følger at (3) $pu = p_b u_b = \bar{p}\bar{u}$, hvor indeks b markerer et bestemt referansetrykk, basistrykk.

Poenget er nå å omforme ρ og u til konstanter før integrasjonen, siden de begge er funksjoner av trykket for gass. Multipliserer Forchheimer's ligning med ρ,

$$-\rho \frac{dp}{dx} = \frac{\mu}{k} \rho u + \beta \rho^2 u^2,$$

$$-\frac{\rho_b}{p_b} p \, dp = (\frac{\mu}{k} \rho_b u_b + \beta \rho_b^2 u_b^2) dx,$$

og integrert over $\Delta L = x_2 - x_1$,

$$\frac{\rho_b}{p_b \Delta L} \frac{1}{2}(p_1^2 - p_2^2) = \frac{\mu}{k} \rho_b u_b + \beta \rho_b^2 u_b^2,$$

$$\frac{\rho_b \bar{p}}{p_b \Delta L}(p_1 - p_2) = \frac{\mu}{k} \bar{\rho} \bar{u} + \beta \bar{\rho}^2 \bar{u}^2,$$

$$\bar{\rho} \frac{p_1 - p_2}{\Delta L} = \frac{\mu}{k} \bar{\rho} \bar{u} + \beta \bar{\rho}^2 \bar{u}^2,$$

som gir oppgitt formel.

Kommentar: Midling av permeabiliteter

En bør kanskje forvisse seg om at uttrykkene for midling av permeabiliteter for lineær strøm i sedimentære lag, parallelt og i serie, og for radiell strøm gjennom lag i serie også er gyldige for gasstrøm.